

RELAXAREA SEMIDEFINITĂ A PROBLEMEI AMPLASĂRII UTILAJELOR INDUSTRIALE

Moraru Vasile, Zaporojan Sergiu
UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
moraru@mail.utm.md, zaporojan_s@yahoo.com

Abstract. *In this paper the facility location problem is reformulated as a problem of quadratic programming with quadratic constraints. Semidefinite relaxation for considered problem is presented. The theoretical results obtained have interesting applications. in combinatorial problems.*

Keywords: *semidefinite programming relaxation, facility location problem.*

I. INTRODUCERE

Problema amplasării facilităților implică gruparea utilajelor, mașinilor, echipamentelor specifice, spațiilor disponibile etc. astfel încât să se determine cele mai bune soluții a unei funcții obiectiv, în condițiile în care sunt satisfăcute cerințele sistemului informațional industrial [1,2]. Modelul matematic al problemei considerate poate fi scris astfel [1-3]:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i \in F} f_i y_i + \sum_{i \in F} \sum_{j \in D} c_{ij} x_{ij} &\rightarrow \min \\ x_{ij} &\leq y_i, i \in F, j \in D, \\ \sum_{i \in F} x_{ij} &= 1, j \in D, \\ x_{ij}, y_i &\in \{0,1\}, i \in F, j \in D. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Mai sus s-a notat: $D = \{1,2,\mathbf{K},s\}$ - mulțimea finită a clienților; $F = \{1,2,\mathbf{K}m\}$ - mulțimea finită a facilităților posibile; $f_i \in \mathfrak{R}_+$ pentru orice facilitate $i \in F$; $c_{ij} \in \mathfrak{R}_+$ - costurile de serviciu pentru $\forall i \in F, \forall j \in D$.

Problema (1) este o problemă NP-dificilă de optimizare discretă [4]. Pentru problemele NP-dificile nu există algoritmi care să permită rezolvarea lor în timp polinomial. De aceea sunt utilizate metode aproximative cu ajutorul cărora pot fi găsite soluții “bune” într-un timp rezonabil. Metodele aproximative se împart în două clase mari: metode heuristice și metode de căutare locală, bazate pe relaxarea problemei date, renunțând la condiția că variabilele x_{ij} și y_i sunt întregi [3].

În lucrarea de față se propune un procedeu de reducere a problemei (1) la o problemă de programare liniară în spațiul matricelor pozitiv semidefinite, simetrice și bloc diagonale, numită problemă de programare semidefinită [5]. Pentru aceasta problema de optimizare discretă (1) se transformă într-o problemă echivalentă de programare pătratică, ulterior reformulând-o ca un program semidefinit.

II. RELAXAREA SEMIDEFINITĂ

Observăm că restricțiile $x_{ij} \in \{0,1\}, i \in F, j \in D, y_i \in \{0,1\}, i \in F$ sunt echivalente cu

$$x_{ij}^2 = x_{ij}, y_i^2 = y_i, \forall i \in F, \forall j \in D.$$

Asociem problemei (1) următoarea problemă de programare pătratică cu restricții pătratice:

