

DEPENDENȚA PARAMETRILOR CONSTRUCTIV-CINEMATICI DE HOMOCINETISMUL CUPLAJELOR MOBILE TRANSVERSALE

C. C. Gavrilă

Universitatea Transilvania din Brașov

INTRODUCERE

Cuplajul mobil transversal transmite mișcarea între doi arbori, ale căror axe sunt considerate permanent paralele. Arborii sunt legați printr-un lanț cinematic care, pe lângă transmiterea momentului și a mișcării de rotație, permite deplasări relative de translație în plan transversal pe cele două axe paralele ale celor doi arbori. Aceste două mișcări relative sunt denumite mișcări transversale sau radiale. Numărul deplasărilor relative independente ale arborilor reprezintă gradul de mobilitate al cuplajului transversal [1, 2].

După modul în care este transmisă mișcarea de rotație, cuplajele mobile transversale pot fi homocinetice, heterocinetice și cvasihomocinetice.

Prin legarea la bază a arborilor cuplajului transversal se obține mecanismul asociat cuplajului transversal, care este un mecanism plan. Mecanismul asociat unui cuplaj transversal este homocinetic dacă diferența dintre unghiurile de rotație ale arborilor este constantă în timp ($\varphi_b - \varphi_a = const$), deci dacă vitezele unghiulare ale celor doi arbori sunt identice ($\omega_b \equiv \omega_a$) [1, 2, 4, 8].

Un astfel de mecanism asociat unui cuplaj transversal poate fi considerat sistem multicorp, alcătuit dintr-un număr minim de corpuri legate între ele prin intermediul unor restricții geometrice și cinematice, prezentate anterior [5, 6, 7]. În sistemul multicorp ales, sunt considerate corpuri acele elemente ale mecanismului care interesează în studiul cinematic și dinamic, fiecare având o anumită masă, o anumită distribuție a masei și o anumită geometrie [3, 9].

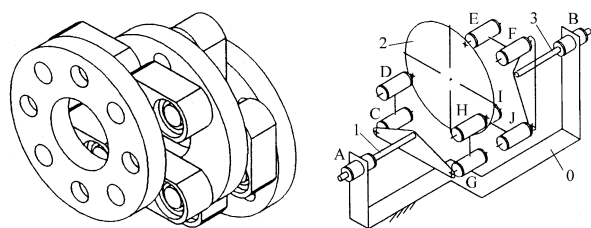


Figura 1. Cuplaj mobil transversal cu trei corpuri mobile

Din punct de vedere al numărului de corpuri mobile care alcătuiesc sistemul multicorp asociat

unui cuplaj transversal, pot fi întâlnite cuplaje mobile transversale având trei corpuri mobile, patru corpuri mobile, cinci corpuri mobile, ș. a. m. d. [5, 6, 7]. În lucrarea de față, sunt studiate cuplajele mobile transversale având trei corpuri mobile – semicuplajul conducător 1, corpul intermediar 2, respectiv semicuplajul condus 3 – și unul fix – baza 0 – între care există atât restricții de tip RR cât și restricții simple, de tip R (fig. 1).

1. MODELUL GEOMETRICO-CINEMATIC AL SISTEMULUI MULTICORP

Modelul geometrico-cinematic al sistemului multicorp al cuplajului transversal prezintă, între corpurile considerate, restricții de tip rotație (R) respectiv rotație-rotație (RR), detaliate în tabelul 1.

Tabelul 1. Restricții.

Corp i – corp j	Tipul restricției geometrice	Cupla	Numărul de restricții introduse
0 – 1	R	A	2
0 – 3	R	B	2
1 – 2	RR+RR	CD, GH	2
2 – 3	RR+RR	EF, IJ	2

Mobilitatea mecanismului asociat cuplajului transversal este

$$M = 3(n_b - 1) - \sum g_c = 3(4 - 1) - 8 = 1, \quad (1)$$

unde $n_b=4$ reprezintă numărul corpurilor (3 fixe și unul mobil), iar $\sum g_c=8$ numărul restricțiilor geometrice existente între aceste corpuri.

În modelul geometrico-cinematic (fig. 2), pentru a defini analitic restricțiile geometrice, este necesară cunoașterea coordonatelor punctelor de interes, în raport cu sistemele de coordonate locale respectiv cu sistemul de coordonate fix. Relația generală a acestor coordonate este:

$$\begin{bmatrix} x_{M_i} \\ y_{M_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

unde $i=1, 2, 3$, reprezintă numărul de corpuri.

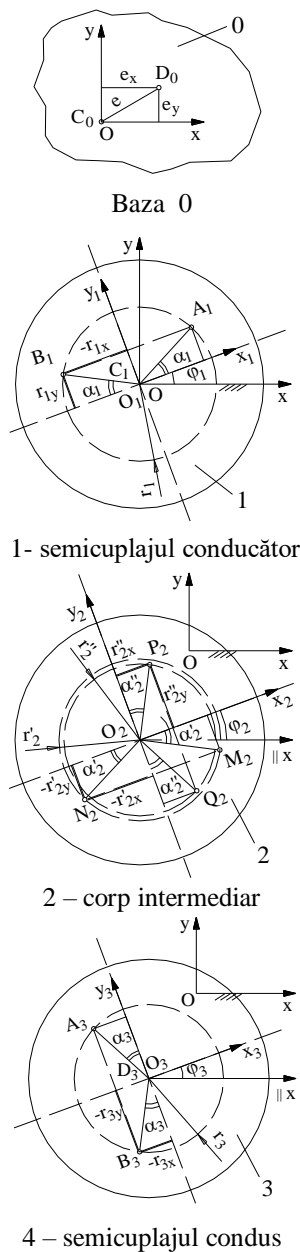


Figura 2. Modelul geometrico-cinematic.

Coordonatele punctelor de interes în raport cu sistemul de referință fix sunt date în tabelul 2.

Tabelul 2. Coordonatele punctelor de interes.

Baza 0	$C_0(0, 0); D_0(e_x, e_y)$
1 – semicuplajul conducător	$A_1(r_{1x}, r_{1y})$ și $B_1(-r_{1x}, r_{1y})$ unde $\begin{cases} r_{1x} = r_1 \cos \alpha_1 \\ r_{1y} = r_1 \sin \alpha_1 \end{cases}$, respectiv $C_1(0, 0)$,

Tabelul 2 (continuare).

2 – corp intermediar	$M_2(r'_{2x}, -r'_{2y})$ și $N_2(-r'_{2x}, -r'_{2y})$, unde $\begin{cases} r'_{2x} = r'_2 \cos \alpha'_2 \\ r'_{2y} = r'_2 \sin \alpha'_2 \end{cases}$ $P_2(r''_{2x}, r''_{2y})$ și $Q_2(r''_{2x}, -r''_{2y})$, unde $\begin{cases} r''_{2x} = r''_2 \cos \alpha''_2 \\ r''_{2y} = r''_2 \sin \alpha''_2 \end{cases}$
3 – semicuplajul condus	$A_3(-r_{3x}, r_{3y})$ și $B_3(-r_{3x}, -r_{3y})$ unde $\begin{cases} r_{3x} = r_3 \cos \alpha_3 \\ r_{3y} = r_3 \sin \alpha_3 \end{cases}$, respectiv $D_3(0, 0)$.

2. ECUAȚIILE RESTRICȚIILOR GEOMETRICE. REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAȚII

În general, pentru a defini analitic restricția geometrică de tip rotație (R) existentă între două corpuri, trebuie îndeplinită relația

$$P_i \equiv P_j. \quad (3)$$

De asemenea, în cazul restricției geometrice de tip rotație-rotație (RR) relația generală este

$$(x_{P_j} - x_{P_i})^2 + (y_{P_j} - y_{P_i})^2 = d^2. \quad (4)$$

Restricția cinematică este dată de

$$\rho_1 - f(t) = 0. \quad (5)$$

Pe baza relațiilor (2)...(5), rezultă un sistem de 9 ecuații cu 9 necunoscute: $x_{01}, y_{01}, \varphi_1, x_{02}, y_{02}, \varphi_2, x_{03}, y_{03}, \varphi_3$:

$$x_{01} = 0$$

$$y_{01} = 0$$

$$x_{03} - e_x = 0$$

$$y_{03} - e_y = 0$$

(6)

$$(x_{M_2} - x_{A_1})^2 + (y_{M_2} - y_{A_1})^2 = l_1'^2$$

$$(x_{N_2} - x_{B_1})^2 + (y_{N_2} - y_{B_1})^2 = l_1'^2$$

$$(x_{P_2} - x_{A_3})^2 + (y_{P_2} - y_{A_3})^2 = l_2''^2$$

$$(x_{Q_2} - x_{B_3})^2 + (y_{Q_2} - y_{B_3})^2 = l_2''^2$$

$$\varphi_1 - f(t) = 0$$

La rezolvarea acestui sistem, se au în vedere și câteva particularități constructive întâlnite la cuplajele de acest tip, după cum urmează:

- construcția semicuplajelor și a corpului intermediar este simetrică, caz în care: $r_1 = r_3$ și $r'_2 = r''_2$, respectiv $\alpha_1 = \alpha_3$ și $\alpha''_2 = \alpha'_2$, precum și $A_1B_1 \parallel A_4B_4$ respectiv $A_1B_1 = A_4B_4 = l_2$;
- pârghiile de legătură dintre corpurile 1 și 2, respectiv 2 și 3, au aceeași lungime $l'_1 = l''_1 = l'_2 = l''_2 = l$.

Considerând cazul real când $x_{03} \neq 0$, $y_{03} \neq 0$ și impunând valori arbitrare pentru r'_1, r'_2, r''_2, r_3 , condiția de homocinetism a cuplajului este:

$$\varphi_3 = \varphi_1. \quad (7)$$

Relația (7) este condiționată însă de

$$\varphi_1 = \varphi_2 \text{ respectiv } \varphi_2 = \varphi_3 \quad (8)$$

Egalitățile (8) sunt posibile doar dacă

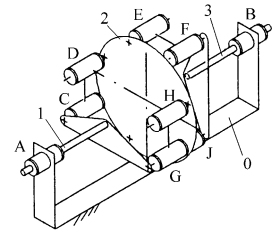
$$\begin{aligned} r'_2 \cos \alpha'_2 &= r_1 \cos \alpha_1 \\ r''_2 \cos \alpha''_2 &= r_3 \cos \alpha_3 \end{aligned} \quad (9)$$

ceea ce înseamnă că, un cuplaj transversal de acest tip este homocinetic doar dacă, pe lângă condițiile constructive de mai sus, pârghiile de legătură dintre semicuplajele 1, respectiv 3 și corpul intermediar 2 vor îndeplini și condiția de paralelism: $A_1M_2 \parallel B_1N_2$, respectiv $P_2A_3 \parallel Q_2B_3$.

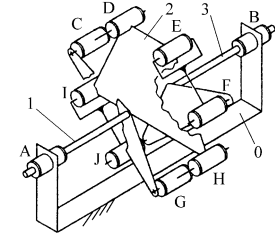
3. EXEMPLE

Așa cum s-a arătat, un cuplaj mobil transversal cu trei corpuri mobile de acest tip, pentru a fi homocinetic, trebuie să îndeplinească și condițiile (9). Ținând cont de proprietățile funcției cosinus, rezultă următoarele cazuri teoretice constructive de cuplaje transversale, prezentate în fig. 3. Se poate observa că, acestor cazuri teoretice le corespund atât soluții constructive de cuplaje transversale homocinetice cunoscute și aplicate în tehnică (Semiflex, Krawtschenko, Schmidt, Kärger, John 7), cât și soluții constructive noi de cuplaje transversale homocinetice. Analizând schemele structurale și constructive, se poate observa existența unor contururi de tip paralelogram [1, 2, 4], formate de pârghiile de legătură dintre semicuplaje și corpul intermediar, deci sunt satisfăcute condițiile (9).

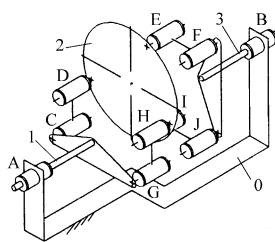
În practică, se urmărește utilizarea cu precădere a cuplajelor transversale homocinetice, fiind acceptate însă, în anumite condiții, și variante cvasihomocinetice (la care $\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a \approx const$).



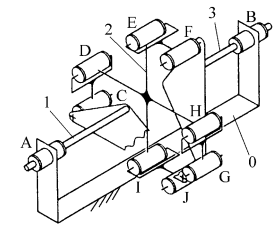
Semiflex



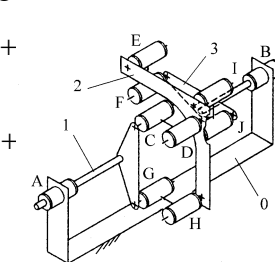
Krawtschenko



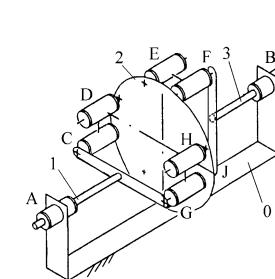
Schmidt



Kärger



John 7



Soluție constructivă nouă

$$\alpha'_2 = \alpha_1 + 2K\pi$$

$$\alpha''_2 = \alpha_3 + 2K\pi$$

$$\text{for } r_1 = r'_2; r_3 = r''_2.$$

$$\alpha'_2 = -\alpha_1 + 2K\pi$$

$$\alpha''_2 = -\alpha_3 + 2K\pi$$

$$\text{for } r_1 = r'_2;$$

$$r_3 = r''_2.$$

$$\alpha'_2 = 0$$

$$\alpha''_2 = 0$$

$$\text{for } r'_2 < r_3; r'_2 < r_1.$$

$$\alpha'_2 = \pm \arccos\left(\frac{r_1}{r'_2} \cos \alpha_1\right) +$$

$$\alpha''_2 = \pm \arccos\left(\frac{r_3}{r''_2} \cos \alpha_3\right) +$$

$$\text{for } \frac{r'_2}{r_1} > 1; \frac{r''_2}{r_3} > 1.$$

$$\alpha'_2 = \arccos\left(\frac{r_1}{r'_2}\right) + 2K\pi$$

$$\alpha''_2 = \arccos\left(\frac{r_3}{r''_2}\right) + 2K\pi$$

$$\text{for } \frac{r_1}{r'_2} < 1, \frac{r_3}{r''_2} < 1 \text{ and}$$

$$\alpha_1 = 0, \alpha_3 = 0.$$

Figura 3. Cuplaje mobile transversale cu trei corpuri mobile, homocinetice

$$\alpha'_2 = -\arccos\left(\frac{r_1}{r'_2}\right) + 2K\pi$$

$$\alpha''_2 = -\arccos\left(\frac{r_3}{r''_2}\right) + 2K\pi$$

for $\frac{r_1}{r'_2} < 1$, $\frac{r_3}{r''_2} < 1$ and

$$\alpha_1 = 0, \alpha_3 = 0.$$

Soluție constructivă nouă

$$\alpha'_2 = \alpha_1 = 0$$

$$\alpha''_2 = \alpha_3 = 0$$

and $r_1 = r'_2$; $r_3 = r''_2$.

Soluție constructivă nouă

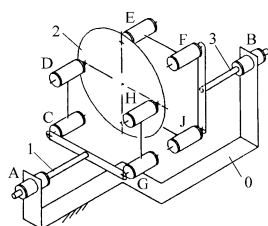
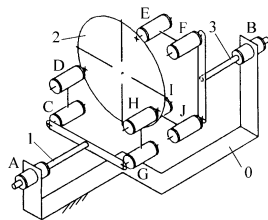
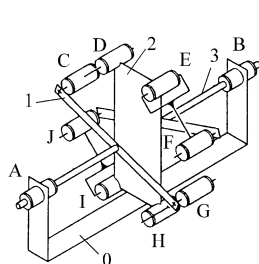
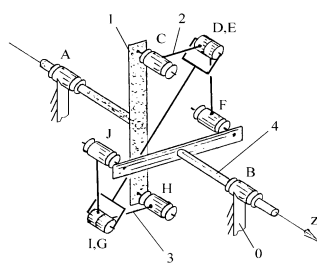


Figura 3. Cuplaj mobile transversale cu trei corpuri mobile, homocinetice (continuare)

Din categoria variantelor cvasihomocinetice cunoscute și aplicate în tehnică, fac parte variantele care nu îndeplinesc condițiile (9), adică acele cuplaje la care pârghiile de legătură dintre semicuple și corpul intermediar nu sunt dispuse după contururi de tip paralelogram (de regulă acestea prezintă contururi de tip antiparalelogram) chiar în condițiile existenței simetriei constructive a semicuplelor și a corpului intermediar [1, 2, 4]. În fig. 4 sunt date, ca exemplu în acest sens, cuplajele de tip Alsthom și Siemens-Halske.



Alsthom



Siemens-Halske

Figura 4. Cuplaj mobile transversale cu trei corpuri mobile, cvasihomocinetice

4. CONCLUZII

La cuplajele mobile transversale considerate sisteme multicorp cu trei corpuri mobile, homocinetismul este dat de $\varphi_1 = \varphi_3$ în condițiile în care, între semicuple și corpul intermediar, există egalitățile $\varphi_1 = \varphi_2$ respectiv $\varphi_2 = \varphi_3$.

Constructiv, această condiție presupune construcția simetrică a semicuplelor și a corpului intermediar. O altă condiție extrem de importantă, pe baza

căreia se poate face distincția dintre cuplajele mobile transversale, homocinetice și cele nehomocinetice este ca pârghiile de legătură dintre semicuple și corpul intermediar să fie dispuse după contururi de tip paralelogram și să aibă aceeași lungime. Aceste particularități constructive pot fi întâlnite la majoritatea cuplajelor mobile transversale, homocinetice sau nehomocinetice întâlnite în practică.

Cuplelele mobile transversale homocinetice din literatura studiată, considerate sisteme multicorp cu trei corpuri, care satisfac aceste condiții, sunt Semi-flex, Krawtschenko, Schmidt, Kärger, John 7.

Variantele de cuplaje mobile transversale nehomocinetice din literatura studiată, considerate sisteme multicorp cu trei corpuri mobile, nu satisfac aceste cerințe, prezentând pârghiile de legătură dintre semicuple și corpul intermediar dispuse după contururi de tip antiparalelogram, chiar dacă prezintă simetrie constructivă a semicuplelor și a corpului intermediar (Alsthom și Siemens-Halske).

Bibliografie

1. **Dudiță, Fl.**, Cuplaje mobile homocinetice. Ed. Tehnică, București, 1974.
2. **Dudiță, Fl., Diaconescu, D., ș. a.** Cuplaje mobile articulate. Ed. Orientul Latin, Brașov, 2001.
3. **Erdman, G. A.**, "Modern Kinematics. Developments in the Last Fourty years". John Wiley & Sons, Inc., USA, 1998.
4. **Feichter, E.**, Systematischer Entwicklungsprozeß am Beispiel von elastischen Radialversatzkupplungen. Hanser Verlag, München, 1994.
5. **Gavrilă, C. C., Vișa, I.** Modelarea cinematicii cuplajelor mobile transversale, considerate sisteme multicorp cu trei corpuri mobile. În: Revista Mecanisme și Manipulatoare, vol. II, nr. 2, 2003.
6. **Gavrilă, C.C., Vișa, I.** Concerning to Kinematics of Mobile Couplings as Multibody Systems. În: Ovidius University Annals of Mechanical Engineering, vol. VI, Tom I, 2004, Conference Proceedings of Tehnonav 2004, Constanța, 27 - 29 mai 2004.
7. **Gavrilă, C.C., Vișa, I.**, Kinematics of Transversal Couplings With Four Mobile Bodies by Multibody Systems Method. În: The 9-th Symposium on Mechanisms and Mechanical Transmissions, Cluj - Napoca, Iunie 2004, pag.89 - 98.
8. **John, T.**, Systematische Entwicklung von homokinetischen Wellenkupplungen. Dissertation, T.U. München, 1987.
9. **Vișa, I., Alexandru, P., ș.a.**, Proiectarea funcțională a mecanismelor. Metode clasice și moderne Ed. Lux Libris, Brașov, 2004.