

Utilizarea Filtrului Wiener Pentru Restabilirea Imaginilor Distorsionate Prin Focus Blur și Motion Blur

Capcanari I., Lazăr D., Grițcov S., Pocotilenco V., Sorochin G.

Catedra SDE, FIMET
Universitatea Tehnică a Moldovei
Chișinău, Moldova
kapkanari@gmail.com

Abstract — Wiener theory, formulated by Norbert Wiener in 1940, forms the foundation of data-dependent linear least square error filters. Wiener filters play a central role in a wide range of applications such as linear prediction, echo cancellation, signal restoration, channel equalization and system identification. The coefficients of a Wiener filter are calculated to minimize the average squared distance between the filter output and a desired signal. In its basic form, the Wiener theory assumes that the signals are stationary processes. However, if the filter coefficients are periodically recalculated for every block of N signal samples then the filter adapts itself to the average characteristics of the signals within the blocks and becomes block-adaptive. A block-adaptive (or segment adaptive) filter can be used for signals such as speech and image that may be considered almost stationary over a relatively small block of samples. In this paper, we study Wiener filter theory, and consider alternative methods of formulation of the Wiener filter problem. We consider the application of Wiener filters in restoration of image for focus blur and motion blur and also additive noise reduction. A case study of the frequency response of a Wiener filter, for additive noise reduction, provides useful insight into the operation of the filter. We also deal with some implementation issues of Wiener filters..

Cuvinte cheie — filtru liniar optimal, minimizarea erorii pătratice medie, restabilire imagine, focus blur, motion blur.

I. INTRODUCERE

Printre dispozitivele de bază folosite în electronică, filtrele ocupă un loc privilegiat, datorită frecvenței lor utilizări. Nu există nici un echipament electronic a cărui structură să nu conțină cel puțin un filtru. Teoria filtrelor analogice a fost elaborată la începutul secolului XX. Dezvoltarea acestei teorii a fost stimulată de necesități practice. Una dintre acestea, poate cea mai importantă, a fost problema transmiterii informației pe canale afectate de zgomot. Există două tipuri de soluție pentru această problemă: creșterea imunității la perturbații a semnalului emis prin codarea canalului și îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot, (RSZ), prin filtrarea semnalului recepționat. Printre matematicienii care au adus cele mai de seamă contribuții la rezolvarea acestei probleme prin filtrare se numără și profesorul Norbert Wiener.

În multe situații practice semnalele utile sunt afectate de perturbații cu caracter aditiv, motiv pentru care se pune problema proiectării unui filtru care să suprimă componenta nedorită de zgomot, păstrând, în același timp, caracteristicile semnalului dorit. Se impune ca filtrul, caracterizat de răspunsul la impuls $h[n]$, să fie liniar, iar ieșirea sa să aproximeze un semnal dorit. Situația este ilustrată în fig. 1.

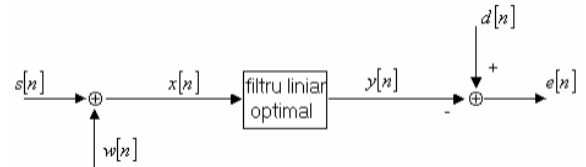


Fig. 1. Filtrul liniar optimal

unde:

- $s[n]$ -semnalul util
- $w[n]$ -zgomot aditiv
- $d[n]$ -semnal dorit
- $x[n] = s[n] + w[n]$ -semnalul de intrare în filtru
- $y[n]$ -ieșirea filtrului
- $e[n] = d[n] - y[n]$ -secvența de eroare

Se disting trei cazuri :

- 1) $d[n] = s[n]$ situație cunoscută sub numele de filtrare;
- 2) $d[n] = s[n + D]$, $D > 0$ situație cunoscută sub numele de predicție;
- 3) $d[n] = s[n - D]$ situație cunoscută sub numele de netezire.

În continuare se va prezenta cazul filtrării. Criteriul ales pentru optimizarea răspunsului la impuls al filtrului este cel de minimizare a erorii pătratice medii.

Secvențele $\{s[n]\}, \{w[n]\}, \{d[n]\}$ se presupun a fi de medie zero și staționare în sens larg. Filtrul liniar optimal care minimizează eroarea pătratică medie se numește filtru Wiener și poate fi cu răspuns finit la impuls (FIR) sau cu răspuns infinit la impuls (IIR).

II. RESTAURAREA IMAGINII CU AJUTORUL FILTRULUI WIENER

Filtrarea inversa are rezistență scăzută la distorsiuni, deoarece această metodă nu ține cont de nivelul de zgomot în cadrul obiectului analizat. Considerabil mai puțin este supus zgomotelor și singularităților, cauzate de funcția de legătură, filtrul Wiener, deoarece la sintezarea lui este

utilizată informația despre densitatea spectrală al zgomotului.

Imaginea prelucrată este aproximată cu un masiv bidimensional. Caracteristica de frecvență a filtrului Wiener, obținută pentru imagini periodice are forma:

$$\tilde{H}_W(k_1, k_2) = \frac{\tilde{G}_{u,s}(k_1, k_2)}{\tilde{G}_s(k_1, k_2)} = \frac{\tilde{H}^*(k_1, k_2)\tilde{G}_u(k_1, k_2)}{|\tilde{H}(k_1, k_2)|^2\tilde{G}_u(k_1, k_2) + \tilde{G}_n(k_1, k_2)}. \quad (1)$$

Unde $\tilde{G}_n(k_1, k_2)$, $\tilde{G}_s(k_1, k_2)$, $\tilde{G}_u(k_1, k_2)$ - Densitățile spectrale al puterii zgomotului pentru imaginile inițială și studiată;

$\tilde{G}_{u,s}(k_1, k_2)$ - densitate spectrală reciprocă al puterii pentru imaginile inițiale și studiată, schimbate periodic;

(.)^{*} - simbolul legăturii complexe. Ca și în cazul filtrării inverse prelucrarea se va face în domeniul de frecvențe.[2]

Funcția Wiener (1) va fi tradusă în felul următor:

$$\tilde{H}_W(k_1, k_2) = \frac{\tilde{H}^*(k_1, k_2)}{|\tilde{H}(k_1, k_2)|^2 + \frac{\tilde{G}_n(k_1, k_2)}{\tilde{G}_u(k_1, k_2)}}. \quad (2)$$

Analizând relațiile (1) și (2), pot fi notate următoarele:

a. În lipsa zgomotului filtrul Wiener trece în filtru invers. Corespunzător în regiunea frecvențelor joase unde de regulă raportul semnal/zgomot este înalt, funcțiile de trecere a filtrelor invers și Wiener aproape coincid.

b. La micșorarea densității spectrale al puterii pentru imaginea originală funcția de transfer Wiener tinde spre 0. Pentru imagini, acest fapt este caracteristic la frecvențe înalte.

c. La frecvențele ce corespund nivelelor nule al funcției de transfer din cadrul sistemului de formare, funcția de transfer Wiener la fel este egală cu 0. Astfel este soluționată problema singularității filtrului de restaurare.

În fig. 1. sunt prezentate secționarea unidimensională a funcțiilor tipice al filtrului invers (linie continuă). Tot aici pentru comparație sunt propuse secționările funcțiilor de transfer al filtrului Wiener (fig. 2.), care sunt marcate cu linie întreruptă.

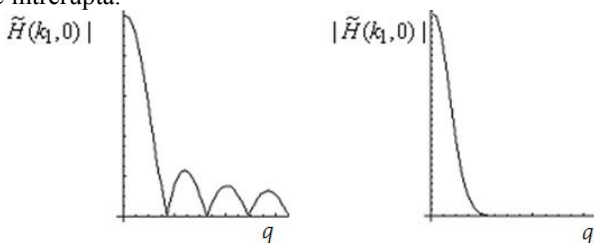


Fig. 1. Caracteristicile în domeniu frecvență al filtrului invers

În continuare vom analiza rezultatul modelării algoritmului de restaurare Wiener. În figurile 3.(a) și 5.(a) sunt propuse rezultatele distorsionării imaginilor «Saturn» și «Ceas» utilizând convoluția Gaussiană ($\alpha = 0,1$) cu următoarea prelucrare aplicând «tăierea» marginilor și adăugarea zgomotului aditiv delta – corelat ($q^2 = 10^4$). În fig. 4.(a) și fig.6.(a) sunt prezentate imaginile obținute aplicând motion blur efectul cu ($L_{i_2}^{(h)} = 15$) pentru

imaginile «Saturn» și «Ceas» la fel aplicând «tăierea» marginilor și adăugarea zgomotului aditiv delta – corelat ($q^2 = 10^4$).

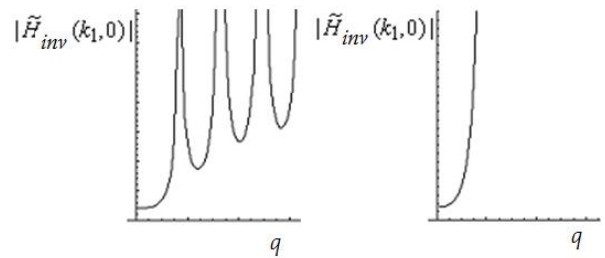


Fig. 1. Caracteristicile în domeniu frecvență al filtrului invers

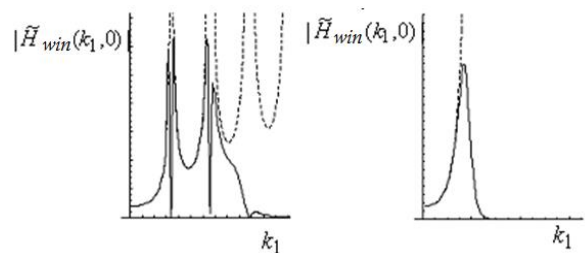
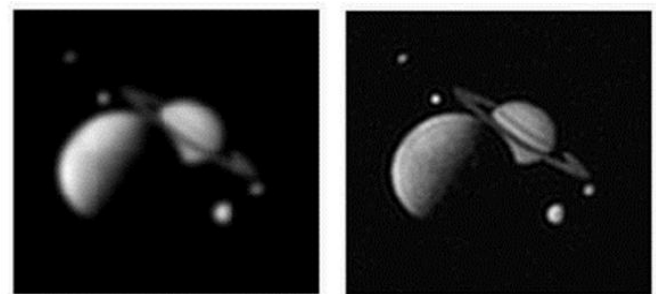
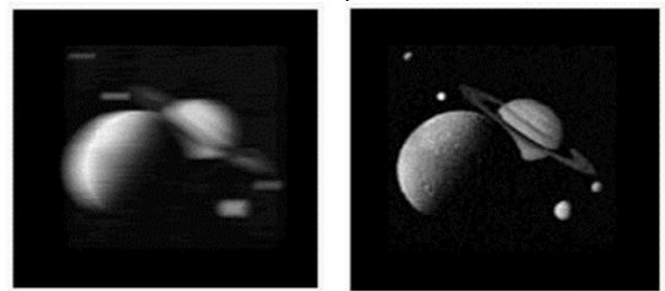


Fig. 2. Caracteristicile în domeniu frecvență al filtrului Wiener



a) b)
Fig. 3. Restaurarea imaginii distorsionate cu focus blur «Saturn» cu $q^2 = 10^4$



a) b)
Fig. 4. Restaurarea imaginii distorsionate cu motion blur «Saturn» cu $q^2 = 10^4$

Dimensiunea tuturor imaginilor analizate în cadrul acestui capitol este de 170X170 elemente (pixel). Rezultatele restabilirii imaginii «Saturn» (fig.3.(b) și 4.(b)) cu aplicarea filtrului Wiener arată un nivel mai înalt de suprimare a zgomotului. Interferența oscilantă apărută în rezultatele de restaurare a imaginii (fig.5.(b) și 6.(c)) este cauzată de efectele de margine. Este evident că nivelul ei este considerabil scăzut în comparație cu filtrarea inversă. O nuanță este că filtrul Wiener restaurează doar parțial efectele

de margine, fapt ce face în general rezultatul restaurării nesatisfăcător.

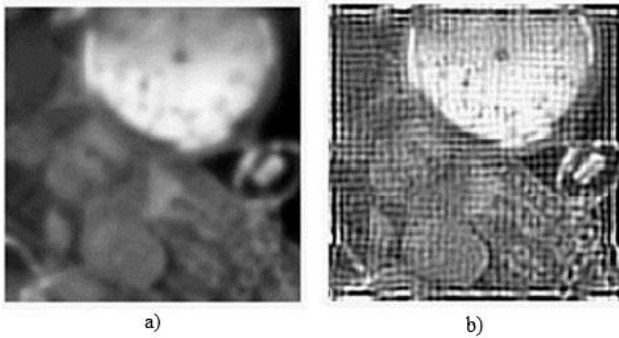


Fig. 5. Restaurarea imaginii distorsionate cu focus blur “Ceas” cu $q^2 = 10^4$

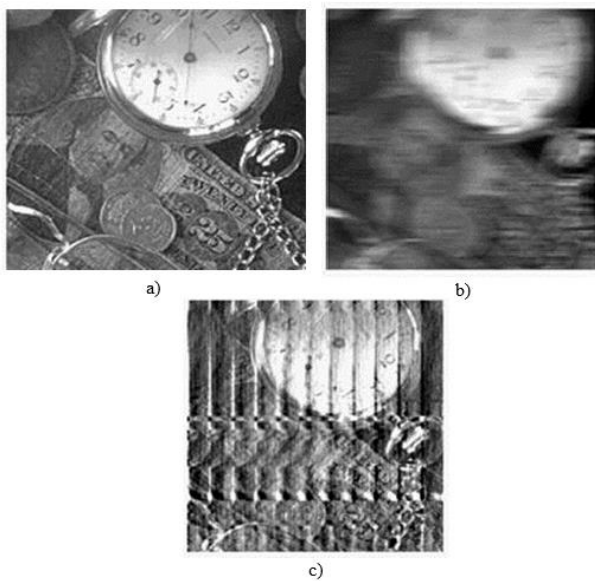


Fig. 6. Restaurarea imaginii distorsionate cu motion blur “Ceas” cu $q^2 = 10^4$

În așa fel, din contul utilizării informației despre caracteristicile spectrale al imaginii și zgomotului, filtrul Wiener are rezistență la zgomot relativ mai înaltă și este lipsit de singularitate, cauzată de funcțiile de transfer cu valori nule al sistemului de formare. Un neajuns considerabil al filtrului Wiener este prezenta efectelor de margine care apar în forma erorii oscilante ce maschează imaginea restaurată.

III. IMPLEMENTAREA FILTRULUI WIENER ÎN PRACTICĂ

Pentru cercetarea funcțiilor de distorsionare va fi utilizat mediul de simulare MATLAB, care conține o gamă largă de instrumente necesare pentru efectuarea experimentelor cu procesare de imagini care face posibilă concentrarea atenției asupra algoritmilor lăsând lucrul de rutină funcțiilor din cadrul bibliotecilor. Revenind la funcțiile de distorsionare (PSF), în figurile Fig.7. și Fig.8.

vor fi prezentate câteva exemple obținute experimental în mediul de simulare MATLAB.

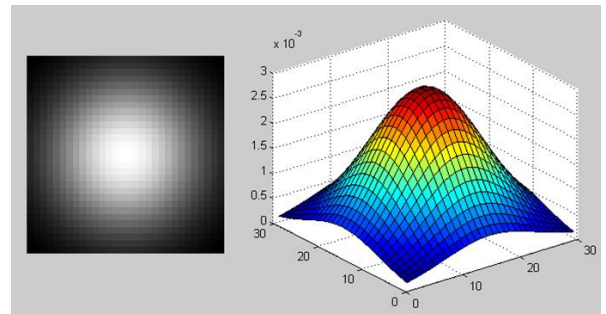


Fig.7. PSF în cazul cu distorsiune Gaussiană

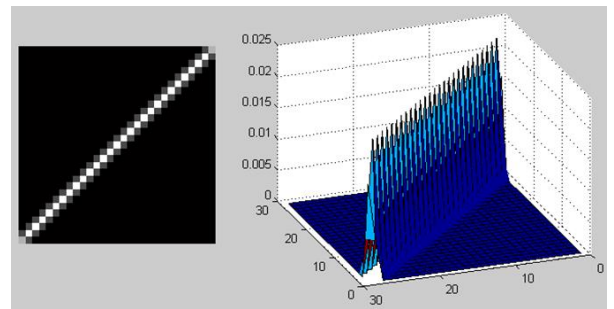


Fig.8. PSF în cazul distorsiunii motion blur

Matematic, o imagine f cu dimensiunile $M \times N$ și funcția de distorsionare h cu mărime $M \times N$ este descrisă în relația (3).

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) = \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b h(i, j) f(x + i, y + j) \quad (3)$$

$$\text{Unde: } a = (m - 1) / 2, \quad b = (n - 1) / 2.$$

Operația inversă de convoluție se numește deconvolution (deconvoluție) [4].

Pentru atingerea scopului dat, adică restaurarea imaginii, vom avea nevoie să scăpăm de convoluție. Din formula (3) se vede că pentru a găsi $f(x, y)$ din $g(x, y)$ nu este așa ușor, pentru aceasta va fi necesar de o sistemă de ecuații enormă. Dar pentru a simplifica situația se va utiliza transformata Fourier ca în [5]. Deci există teorema despre convoluție care spune că, operația de convoluție în domeniul spațial este echivalentă unei înmulțiri simple în domeniul frecvență și nu înmulțire matricială dar înmulțire element cu element în parte. Evident că operația inversă convoluției este echivalentă împărțirii în domeniul frecvență, deci poate fi scrisă în modul următor:

$$h(x, y) * f(x, y) \Leftrightarrow H(u, v) F(u, v). \quad (4)$$

Unde: $H(u, v)$, $F(u, v)$ – Imaginile Fourier a funcțiilor respective.

Deci procesul de distorsionare poate fi scris în domeniul frecvență în modul următor:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v). \quad (5)$$

Deci pentru restaurare imaginii luând în considerație funcția de distorsionare și zgomotul aditiv implementăm ușor filtrul Wiener ca și în [1]. El analizează imaginea și zgomotul ca procese aleatorii și găsește o astfel de estimare \hat{f} pentru imagine nedistorsionată f , în așa fel ca abaterea medie pătratică a acestor valori să fie minimă. Minimul acestei abateri poate fi atinsă de funcția în domeniul frecvență care este descris ca:

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_n(u, v)}{S_f(u, v)}} \right). \quad (6)$$

Prin funcția S din formula (6) este notat spectrul energetic al zgomotului și al imaginii originale respectiv, deoarece aceste valori sunt mai rar cunoscute, atunci relația S_n/S_f este înlocuită de o constantă oarecare K , care poate fi caracterizată cu o oarecare aproximare ca raportul semnal-zgomot ca în [3].

Pentru implementarea filtrului Wiener în mediul MATLAB a fost utilizat următorul script care ne arată imaginea originală apoi aplică focus blur în forma de disc cu diametrul de 15 pixel, se adaugă zgomot aditiv cu variabila 0,00001 și în sfârșit imaginea este restaurată cu ajutorul filtrului Wiener

```
% Load image
I = im2double(imread('image_src.png'));
figure(1); imshow(I); title('originală');

% Blur image
PSF = fspecial('disk', 15);
Blurred = imfilter(I, PSF, 'circular', 'conv');

% Add noise
noise_mean = 0;
noise_var = 0.00001;
Blurred = imnoise(Blurred, 'gaussian', noise_mean, noise_var);
figure(2); imshow(Blurred); title('Blur focus');
estimated_nsr = noise_var / var(Blurred(:));

% Restore image
figure(3), imshow(deconvwnr(Blurred, PSF, estimated_nsr)), title('Wiener');
```

În fig.9. (a) este reprezentată imaginea originală, în fig.9. (b) imaginea distorsionată cu focus blur și adăugare zgomot iar în fig.9. (c) este reprezentată restaurarea imaginii distorsionate.

CONCLUZII

În articolul dat a fost descris și aplicat în practică instrumentarul propus în mediul de simulare MATLAB. A fost cercetat și aplicat Filtrul Wiener pentru restaurarea imaginii după distorsionarea ei cu focus blur și motion blur cu adăugarea zgomotului aditiv. În urma implementării sa dovedit că filtrul Wiener sa isprăvit cu sarcina pusă foarte bine, practic imaginea a fost restabilită la 98%. Un neajuns

considerabil al filtrului Wiener este prezenta efectelor de margine care apar în forma erorii oscilante ce maschează imaginea restaurată.

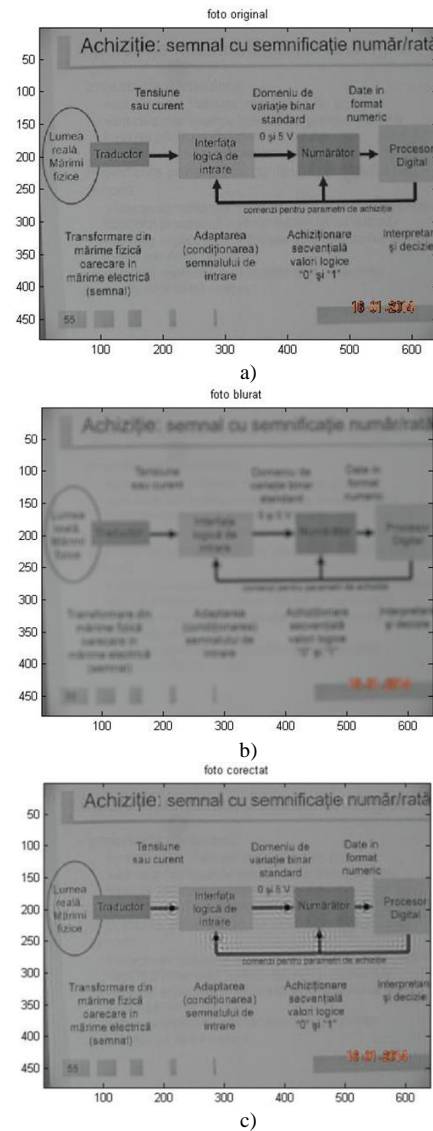


Fig.9. Restaurarea imaginii cu ajutorul filtrului Wiener

BIBLIOGRAFIE

- [1] Ștefanioiu D. Introducere în Prelucrarea Numerică a Semnalelor. Tipografia Universității "Politehnica". București, România, 1996.
- [2] Ad. Mateescu, N. Dumitriu, L. Stanciu. "Semnale și sisteme. Aplicații în filtrarea semnalelor", Editura Teora, 2001. 806 p.
- [3] O'Connor B. T of General Two-Dimensional Recursive Filters, IEEE Trans. ASSP-26, No. 6, 550-560 (1978).
- [4] Ștefanioiu D. Signal analysis by time-frequency methods. University "Politehnica" of Bucharest, , Romania, April 1995.
- [5] L. I. Bluestein, A Linear Filtering Approach to the Computation of the Discrete Fourier Transform, Northeast Electronics Research and Engineering Meeting Record, v. 10, 1968, pp. 218-219