

# Algoritm Iterativ de Sinteză a Reguletoarelor la Obiecte cu Anticipație-Întârziere și Fază Neminimă

Izvoreanu B., Moraru D., Cojuhari I., Fiodorov I.  
Automatics and Informational Technologies Department  
Technical University of Moldova  
Chisinau, Republic of Moldova

izvor@mail.utm.md; kod4777@gmail.com; cojuhari\_irina@mail.utm.md; fiodorov\_ion@yahoo.com

**Abstract**—In this paper is proposed an iterative algorithm of synthesis the typical controllers PI and PID to the model objects with anticipation second order, non-minimal phase and inertia third order. The proposed algorithms of tuning the controllers use the maximal stability degree method. In the result of this study is proposed the iterative procedure of synthesis the PI and PID controllers to the respectively model object. The obtained results were compared with results obtained in case of use the Ziegler-Nichols method and parametric optimization method.

**Key words** — model objects with anticipation and inertia; the maximal stability degree method; controller; synthesis of controller

## I. INTRODUCERE

În industrie și tehnica modernă există diverse procese complexe care necesită să fie automatizate. Deoarece aceste procese au diverse proprietăți și modelele matematice atașate acestor procese de asemenea sunt complexe [1,2].

În lucrare se analizează modelul obiectului cu anticipație de ordinul doi cu fază neminimă și întârziere de ordinul trei și fază neminimă cu funcția de transfer (f.d.t.) prezentată în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{-k(s^2 - \beta)}{(s - \alpha_1)(s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3)} = \frac{-b_0 s^2 + b_2}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s - a_3}, \quad (1)$$

unde  $k$  este coeficientul de transfer al obiectului,  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  sunt parametrii obiectului, iar coeficienții normalizați ai obiectului au forma  $b_0 = k, b_1 = 0, b_2 = k\beta, a_0 = 1, a_1 = \alpha_2 - \alpha_1, a_2 = \alpha_3 - \alpha_1\alpha_2, a_3 = \alpha_1\alpha_3$ .

Modelul obiectului (1) conține două zerouri: unul pozitiv și altul negativ și trei poli: unul pozitiv și doi negativi. Din analiza structurii modelului obiectului (1) rezultă că este un model de obiect instabil și se prezintă ca model cu anticipație-întârziere cu fază neminimă.

Procedura de acordare a reguletoarelor la astfel de procese este dificilă.

În lucrare se propune procedură iterativă de sinteză a reguletoarelor tipizate PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3-7] la modelul obiectului (1) cu parametrii cunoscuți

Pentru analiza

rezultatelor obținute la sinteza reguletoarelor la modelul obiectului dat se vor aplica și metode cunoscute de sinteză a reguletoarelor PI și PID la modelul (1).

## II. ALGORITMUL DE SINTEZĂ A REGULATOARELOR

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat (SA) alcătuită din reglator cu f.d.t.  $H_R(s)$  și obiect cu f.d.t.  $H_{PF}(s)$  (1) prezentată în Fig. 1.

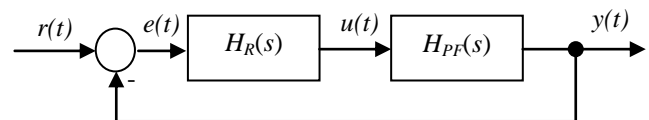


Fig. 1. Schema bloc structurală a sistemului automat.

Vom sintetiza algoritmi tipizați de reglare PI și PID la modelul obiectului (1) cu parametrii cunoscuți, folosind metoda GMS cu iterații [3].

Pentru sinteza reglatorului PI la modelul obiectului (1) după metoda GMS cu iterații se obțin următoarele expresii algebrice, care sunt expresii analitice:

$$k_p = \frac{-d_0 J^5 + d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J + d_5}{(-b_0 J^2 + b_2)^2}, \quad (2)$$

unde  $d_0 = 2a_0 b_0; d_1 = a_1 b_0; d_2 = 4a_0 b_2;$

$d_3 = 3a_1 b_2 + 3a_3 b_0; d_4 = 2a_2 b_2; d_5 = a_3 b_2;$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 - a_3 J}{-b_0 J^2 + b_2} + k_p J. \quad (3)$$

Pentru sinteza reglatorului PID la modelul obiectului (1) după metoda GMS cu iterații se obțin următoarele expresii algebrice, care sunt expresii analitice:

$$k_d = \frac{d_0 J^8 - d_2 J^6 - d_3 J^5 + d_4 J^4 - d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8}{2(-b_0 J^2 + b_2)^4}, \quad (4)$$

unde  $d_0 = 2a_0 b_0^3; d_1 = 0; d_2 = 8a_0 b_0 b_2^2;$

$d_3 = 2a_1 b_0^2 b_2 + 6a_3 b_0^3; d_4 = 18a_0 b_0 b_2^2 + 8a_2 b_0^2 b_2;$

$$d_5 = 4a_1b_0b_2^2 - 4a_3b_0^2b_2; d_6 = 12a_0b_2^3 + 4a_2b_0b_2^2;$$

$$d_7 = 2a_3b_0b_2^2 + 6a_1b_2^3; d_8 = 2a_2b_2^3;$$

$$k_p = \frac{-d_0J^5 + d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J + d_5}{(-b_0J^2 + b_2)^2} + 2k_dJ, \quad (5)$$

unde

$$d_0 = 2a_0b_0; \quad d_1 = a_1b_0; \quad d_2 = 4a_0b_2;$$

$$d_3 = 3a_1b_2 + 3a_3b_0; \quad d_4 = 2a_2b_2; \quad d_5 = a_3b_2.$$

$$k_i = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 - a_3J - k_dJ^2 + k_pJ}{-b_0J^2 + b_2}. \quad (6)$$

Din expresiile (2) și (3) se determină valorile optime ale parametrilor  $k_p$  și  $k_i$  ai regulatorului PI. În cazul acordării parametrilor regulatorului PID după metoda GMS se utilizează expresiile algebrice (4)-(6) din care se determină valorile optime ale parametrilor  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  ai regulatorului PID.

Parametrii de acord ai reguletoarelor PI și PID -  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  sunt funcții analitice de parametri cunoscuți ai obiectului și de gradul de stabilitate  $J$  necunoscut al SA:  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$ . După relațiile (2)-(6) la valorile cunoscute ale parametrilor obiectului și la variația gradului de stabilitate  $J \geq 0$  în limitele respective se efectuează calculele și se construiesc curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  pentru reguletoarele PI și PID respectiv.

Pentru a obține performanțele dorite ale SA cu regulatorul respectiv pentru curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  se aleg iterativ seturi de diverse valori ale variabilei  $J_i$  și parametrilor  $k_{pi}$ ,  $k_{ii}$  și  $k_{di}$ , se simulează pe calculator SA cu regulatorul respectiv cu parametrii selectați și se construiește procesul tranzitoriu al sistemului după care se determină performanțele sistemului. Procedura se repetă iterativ până când vor fi alese performanțele satisfăcătoare ale sistemului automat sintetizat.

### III. APLICAȚII ȘI SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru verificarea procedurii metodei propuse de sinteză a reguletoarelor PI și PID la modelul obiectului (1) utilizăm valorile numerice ale parametrilor obiectului indicate în sursa [1]:  $k=0.5$ ,  $\beta=2500$ ,  $\alpha_1=3$ ,  $\alpha_2=50$ ,  $\alpha_3=1000$  și după valorile date calculăm parametrii generalizați:  $b_0=0.5$ ,  $b_2=1250$ ,  $a_0=1$ ,  $a_1=47$ ,  $a_2=850$ ,  $a_3=3000$ . Modelul obiectului (1) prezintă dinamica de accelerare a rachetei și parametrii regulatorului PI sunt dați și au valorile  $k_p=10$ ,  $k_i=30$  [1].

Pentru a compara performanțele SA cu regulatorul PI cu parametrii dați sintetizăm reguletoarele PI, PID folosind procedura iterativă a metodei GMS expusă mai sus.

Conform relațiilor (2)-(6) prezentate mai sus și datelor numerice ale parametrilor obiectului s-au efectuat calculele și s-au construit dependențele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  pentru reguletoarele PI și PID care sunt prezentate în Fig. 2, a) respectiv.

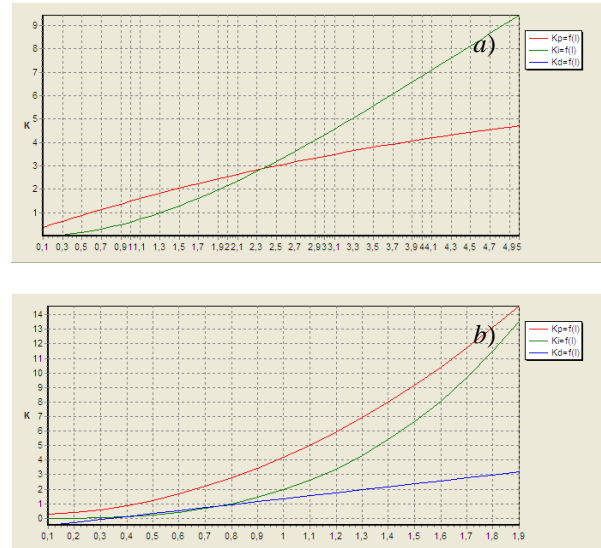


Fig. 2. Dependențele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  a reguletoarelor PI (a) și PID (b).

Pentru SA cu regulatorul PI s-au ales trei iterații ale parametrilor regulatorului de pe curbele din Fig. 2, a și aceste date sunt prezentate în Tabelul I cu numerele 1, 2, 3.

TABELUL I. PARAMETRII REGULATORULUI PI ȘI PERFORMANȚELE SA

| Nr. crt. | $J$   | $k_p$ | $k_i$ | $T_r$ , s | $t_c$ , s | $\sigma$ , % | $t_r$ , s | $\lambda$ |
|----------|-------|-------|-------|-----------|-----------|--------------|-----------|-----------|
| 1        | 14    | 9,16  | 25,79 | 0,039     | 0,12      | 86           | 0,48      | 1         |
| 2        | 15,14 | 9,52  | 30    | 0,033     | 0,11      | 90           | 0,57      | 2         |
| 3        | 15,21 | 9,69  | 32    | 0,031     | 0,11      | 92           | 0,58      | 2         |
| 4        | ZN    | 11,99 | 5,44  | 0,184     | 0,11      | 67           | 3,11      | 1         |
| 5        | [1]   | 10    | 30    | 0,033     | 0,11      | 90           | 0,76      | 3         |

Pentru SA cu regulatorul PID s-au ales trei iterații ale parametrilor regulatorului de pe curbele din Fig. 2, b și aceste date sunt prezentate în Tabelul II cu numerele 1, 2, 3.

TABELUL II. PARAMETRII REGULATORULUI PID ȘI PERFORMANȚELE SA

| Nr. crt. | $J$ | $k_p$ | $k_i$ | $T_r$ , s | $k_d$ | $t_c$ , s | $\sigma$ , % | $t_r$ , s | $\lambda$ |
|----------|-----|-------|-------|-----------|-------|-----------|--------------|-----------|-----------|
| 1        | 1,4 | 6,95  | 4,42  | 0,226     | 1,97  | 0,09      | 58           | 3,06      | 1         |
| 2        | 1,5 | 8,02  | 5,4   | 0,185     | 2,17  | 0,09      | 65           | 2,84      | 3         |
| 3        | 1,6 | 9,176 | 6,64  | 0,151     | 2,38  | 0,08      | 73           | 2,63      | 3         |
| 4        | ZN  | 15,99 | 7,25  | 0,138     | 0,028 | 0,09      | 78           | 2,65      | 3         |
| 5        | OP  |       |       |           |       |           |              |           |           |

Schema de simulare pe calculator a sistemului automat cu regulatorul PI, PID respectiv s-a realizat în pachetul de programe MATLAB și este prezentată în Fig. 3.

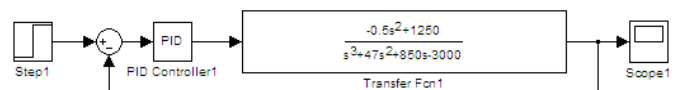


Fig. 3. Schema de simulare pe calculator a SA.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la sinteza reguletoarelor PI și PID la modelul obiectului (1) după metoda

GMS cu iterații se utilizează metoda Ziegler-Nichols (ZN) și metoda optimizării parametrice (OP). Conform metodei ZN s-au obținut parametrii critici ai SA:  $k_{cr}=26.65$ ,  $T_{cr}=0.23$  s. Pe baza valorilor parametrilor critici ai SA s-au calculat parametrii optimali ai regulatorului PI:  $k_{popi}=11.9925$ ,  $k_i=5.435$  ( $T_{iopi}=0.184$  s), iar pentru regulatorul PID parametrii au valorile:  $k_{popid}=15.99$ ,  $k_i=7.246$  ( $T_{iopid}=0.138$  s),  $k_{dopi}=0.0276$  s,  $T_{fopid}=0.00276$  s. Parametrii reguletoarelor PI și PID sunt prezentați în Tabelele I și II, rândurile 4.

În programul MATLAB prin metoda optimizării parametrice s-au determinat parametrii optimali ai reguletoarelor PI și PID respectiv și rezultatele sunt prezentate în Tabelele I și II, rândurile 5.

În Fig. 4 sunt prezentate alurile răspunsului indicial ale SA cu reguletoarele PI (a) și PID (b) și numerotarea alurilor corespunde numerotării din tabelele 1 și 2: curbele 1, 2, 3 sunt obținute după metoda GMS, curba 4 – după metoda ZN, curba 5 – după metoda OP.

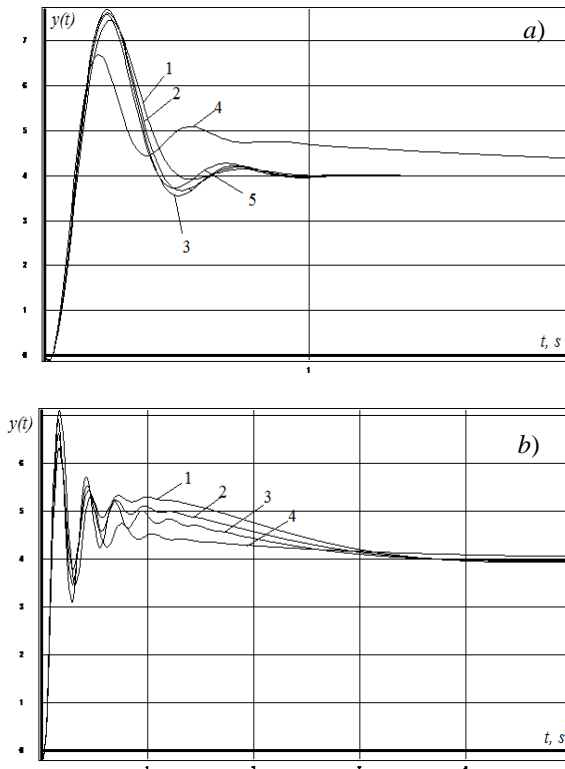


Fig. 4. Alurile răspunsului indicial ale SA cu reguletoarele PI (a) și PID (b).

Performanțele SA cu reguletorul PI sunt prezentate în Tabelul I, iar performanțele SA cu reguletorul PID sunt prezentate în Tabelul II.

Analizând performanțele (la eroarea de 5 % a regimului staționar) SA cu reguletorul PI se constată că cele mai ridicate performanțe sunt obținute pentru sistemul automat cu reguletorul sintetizat după metoda GMS – curba 1 din Fig. 4,a și rândul 1 din Tabelul I.

În cazul SA cu reguletorul PID se constată că toate cele trei metode cu aproximație dau aceleași performanțe (cu

referință la suprareglaj sau timpul de reglare, în dependență care performanță va fi prioritară).

În Fig. 5 sunt prezentate procesele tranzitorii cele mai performante ale sistemului automat cu reguletorul PI (curba 1) și ale sistemului automat cu reguletorul PID (curba 2).

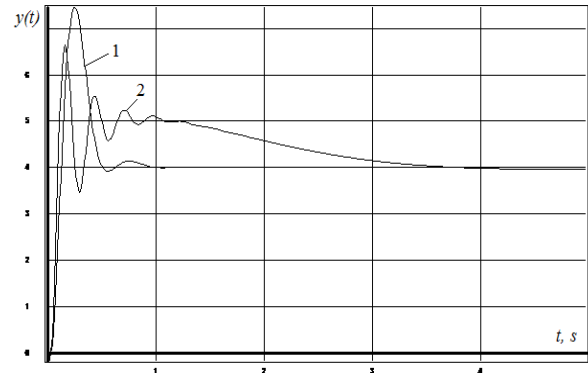


Fig. 5. Procesele tranzitorii ale SA cu reguletoarele PI și PID.

Comparând performanțele SA cu reguletorul PI (curba 1, fig. 5 și performanțele din Tabelul I, rândul 1) și performanțele SA cu reguletorul PID (curba 2, fig. 5 și performanțele din Tabelul II, rândul 2) rezultă că cele mai bune performanțe sunt obținute pentru SA cu reguletorul PI: sistemul cu reguletorul PI are avantajul că timpul de reglare este de 6 ori mai mic decât timpul de reglare a SA cu reguletorul PID, dar SA cu reguletorul PI are și dezavantajul că suprareglajul acestuia este mai mare de 1,3 ori în comparație cu suprareglajul SA cu reguletorul PID.

Având în vedere că modelul matematic descrie dinamica de accelerare a rachetei pentru care performanța prioritară este timpul de reglare, rezultă că cele mai ridicate performanțe le are SA cu reguletorul PI sintetizat după metoda GMS cu iterații.

## VI. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică de sinteză a reguletoarelor de tipul PI, PID la modele de obiecte cu anticipație de ordinul doi cu fază neminimă și întârziere de ordinul trei și cu fază neminimă care permite de a obține performanțe ridicate pentru SA.

- SA cu reguletorul PI acordat după metoda GMS are performanțe mai ridicate în comparație cu performanțele SA cu reguletorul PI acordat după metodele ZN și optimizării parametrice.

- În cazul SA cu reguletorul PID se constată că toate cele trei metode GMS, ZN, OP cu aproximație dau aceleași performanțe de suprareglaj și timpul de reglare (alegerea performanței prioritară se determină din cerințele către evoluția procesului).

- SA cu reguletorul PI are avantajul că timpul de reglare este de 6 ori mai mic decât timpul de reglare a SA cu reguletorul PID, dar SA cu reguletorul PI are și dezavantajul

că suprareglajul acestuia este mai mare de 1,3 ori în comparație cu suprareglajul SA cu regulatorul PID.

- Având în vedere că modelul matematic descrie dinamica de accelerare a rachetei pentru care performanța prioritară este timpul de reglare, rezultă că cele mai ridicate performanțe le are SA cu regulatorul PI sintetizat după metoda GMS cu iterații.

#### REFERENCES

- [1] R. K. Dorf, R. X. Bishop, "Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)," Moskva: Laboratoria Bazovîh Znaniî, 2004, 832 s.
- [2] Șt. Preitl, R. E. Precup, "Introducere în ingineria reglării automate," Timișoara: Editura Politehnica, 2001, 334 p.
- [3] G. I. Zagarii, A. M. Shubladze, "Sintez sistem upravlenia na osnove kriteria maksimalnoi stepeni ustoiçivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)," Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.
- [4] IZVOREANU, B.; FIODOROV, I.; COJUHARI, IRINA. Tuning of Controllers to the Third Order Advance Delay Objects . In: "Microelectronics and Computer Science", inter. conf. (5, 2007, Chișinău). *Proceedings of the 5-rd International Conference on Microelectronics and Computer Science ICMCS-2007*, sept. 19-21, 2007, Chișinău, Moldova.- Ch.: U.T.M., 2007. Vol.1 (509 p.), p. 250-253. ISBN 978-9975-45-046-1.
- [5] IZVOREANU, B.; COJUHARI, IRINA. Considerații privind acordarea reguletoarelor tipizate la obiecte cu avans întârziere de ordinul cinci. In: "Telecommunications, Electronics and Informatics", inter. conf. (2, 2008; Chișinău). *Proceedings of the 2-th International Conference on Telecommunications, Electronics and Informatics ICTEI-2008*, may 15-18, 2008, Chișinău, Moldova.- Ch.: UTM, 2008. Vol. 1 (520 p.). Pp. 171-176. ISBN 978-9975-45-083-6.
- [6] IZVOREANU, B. Contributions of Tuning of Conrtollers to the Model Objects with Advance Delay Oscillating and Time Delay. In: *Proceedings of the 7-th International Conference of Electromechanical and Power Systems SIELMEN-2009*. Iași, 8-9 October, 2009. V. 2, p. 57-60.
- [7] IZVOREANU, B. The Iterative Algorithm of Tuning Controllers to the Model Object with Advance Delay and Inertia Second Order. In: *Proceedings of the 10-th International Conference on Development and Application Systems DAS-2010*, Suceava, 22-24 May, 2010, p. 111-115, <http://www.dasconferense.ro>. ISSN 1844-5039.