



Digitally signed by
Technical Scientific
Library, TUM
Reason: I attest to the
accuracy and integrity of
this document

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

Petru MOLOȘNIC
Elena RUSU

MATEMATICI SPECIALE

Note de curs

Chișinău
2023

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**FACULTATEA INGINERIE MECANICĂ,
INDUSTRIALĂ ȘI TRANSPORTURI**

**Petru Moloșnic
Elena Rusu**

MATEMATICI SPECIALE

Note de curs

**Chișinău
Editura „Tehnica-UTM”
2023**

CZU 519.2(075.8)

M 87

Lucrarea a fost discutată și aprobată pentru editare la ședința Consiliului Facultății Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, proces-verbal nr.8 din 29.06.2023.

Notele de curs sunt destinate studenților facultăților cu profil tehnic și economic din învățământul superior. Lucrarea este un ghid de inițiere în domeniul matematicilor speciale (teoria probabilităților, statistica matematică, programarea matematică), acoperind în întregime cursul respectiv ținut la Universitatea Tehnică a Moldovei.

Conținutul lucrării poate fi de folos și celor interesați de matematicile speciale.

Autori: conf. univ., dr. Petru Moloșnic

conf. univ., dr. Elena Rusu

Recenzent: conf. univ., dr. Elena Cojuhari

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN RM

Moloșnic, Petru.

Matematici speciale: Note de curs / Petru Moloșnic, Elena Rusu; Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi. – Chișinău: Tehnica-UTM, 2023. – 288 p.

Bibliogr.: p. 278 (7 tit.). – 60 ex.

Redactor: E. Balan

Bun de tipar 01.11.23

Formatul hârtiei 60x84 1/16

Hârtie ofset

Coli de tipar 18,0

Tipar RISO

Comanda nr. 107

MD-2004, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare și Sfânt, 168, UTM

MD-2045, Chișinău, str. Studenților, 9/9, Editura „Tehnica-UTM”

ISBN 978-9975-45-983-9

© UTM, 2023

CUPRINS

Introducere	6
Capitolul 1. Elemente de teoria probabilităților.....	7
1.1. Elemente de combinatorică.....	7
1.2. Experimente și evenimente.....	14
1.3. Definiția clasică a probabilității.....	16
1.4. Operații cu evenimente	21
1.5. Evenimente dependente, independente, compatibile și incompatibile	24
1.6. Probabilitatea condiționată	26
1.7. Probabilitatea intersecției și reuniunii evenimentelor.....	27
1.8. Probabilitatea diferenței evenimentelor	33
1.9. Câmp finit de probabilitate	35
1.10. Schema probabilității totale. Formulele Bayes.....	37
1.11. Scheme clasice de probabilitate.....	41
1.12. Teoremele Laplace.....	53
1.13. Variabile aleatoare discrete și reprezentarea lor.....	60
1.14. Valori caracteristice ale variabilei aleatoare.....	69
1.15. Variabile aleatoare continue	79
1.16. Caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare continue	98
1.17. Clase de variabile aleatoare	103
Capitolul 2. Elemente de statistică matematică	125
2.1. Noțiuni fundamentale. Obiectul statisticii matematice.....	125
2.2. Gruparea și reprezentarea datelor	127

2.3. Indicatori statistici.....	135
2.4. Calcularea indicatorilor statistici	142
2.5. Metoda selecției	147
2.6. Estimarea parametrilor unei populații statistice.....	150
2.7. Intervale de încredere. Probabilitatea de încredere.....	155
2.8. Intervale de încredere pentru estimarea valorii medii a unei caracteristici de repartiție normală cu abaterea medie pătratică cunoscută	156
2.9. Intervale de încredere pentru estimarea valorii medii a unei caracteristici de repartiție normală cu abaterea medie pătratică necunoscută.....	159
2.10. Problema verificării ipotezelor statistice	165
2.11. Testul F pentru verificarea egalității dispersiilor a două repartiții normale.....	168
2.12. Verificarea ipotezei ce se referă la legea de repartiție a unei variabile aleatoare. Testul χ^2	175
2.13. Metoda calculării frecvențelor teoretice	180
2.14. Probleme diverse	191
Capitolul 3. Programare liniară.....	196
3.1. Sisteme de ecuații liniare	196
3.2. Probleme de programare liniară.....	218
3.3. Metoda grafică de soluționare a problemelor de programare liniară	229
3.4. Aspecte teoretice legate de metoda simplex de soluționare a problemelor de programare liniară	242
3.5. Problema de transport	256

3.6. Exemplu de rezolvare a unei probleme de transport folosind metoda potențialelor	261
Bibliografie	278
Anexe	279
Anexa 1. Valorile funcției $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	279
Anexa 2. Valorile funcției $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	280
Anexa 3. Valorile probabilităților pentru legea Poisson $\frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$	281
Anexa 4. Valorile $t_\gamma = t(\gamma, n)$	282
Anexa 5. Repartiția F	283
Anexa 6. Valorile variabilei $\chi_{k,\alpha}^2$ în funcție de probabilitatea $\alpha = P(\chi_k^2 > \chi_{k,\alpha}^2)$ și numărul gradelor de libertate k	287
Anexa 7. Repartiția Student t	288

Introducere

Cursul *Elemente de matematici speciale* include capitole ce țin de teoria probabilităților, statistica matematică și modelarea problemelor, rezolvarea ulterioară a modelelor matematice liniare rezultate în urma modelării.

Teoria probabilităților și statistica matematică se aplică pe larg în inginerie și economie la modelarea problemelor de fezabilitate, la determinarea cheltuielilor sau profiturilor așteptate etc.

Notele de curs sunt destinate studenților anului I universitar de la facultățile ingineresti, dar pot fi utilizate și de către studenții facultăților de economie, precum și de alte specializări (de exemplu, medicină, farmacie, agronomie etc.). Conținutul lucrării se bazează pe programa analitică a cursului *Matematici speciale* ținut la diferite facultăți din cadrul Universității Tehnice a Moldovei.

Materialul este structurat în trei capitole. Capitolul 1, *Elemente de teoria probabilităților*, începe cu descrierea elementelor de combinatorică, urmate de definiția clasică a probabilității și proprietățile ei principale. În cadrul capitolului sunt prezentate schemele clasice de probabilitate, variabilele aleatoare discrete și continue și caracteristicile lor. Capitolul 2, *Elemente de statistică matematică*, conține noțiuni fundamentale din cadrul statisticii, indicatorii statistici și calcularea lor, metode de estimare a parametrilor unei populații statistice, calcularea intervalelor de încredere pentru valoarea medie și dispersie, precum și metode de verificare a ipotezelor statistice. În capitolul 3, *Programarea liniară*, sunt expuse probleme clasice de programare liniară și metodele de soluționare a lor.

Notele de curs conțin exemple rezolvate, care, prin varietatea lor, vor ajuta la înțelegerea materiei.

Bibliografie

1. Căbulea L., Aldea M., Elemente de teoria probabilităților și statistică matematică, Alba Iulia, Editura Didactica, 2004.
2. Lehman E.L., Testing Statistical Hypotheses, Second edition, Springer, New York-Berlin, 1997.
3. Saporta G., Probabilités, analyse des données et statistique, Editions Technip, Paris, 1990.
4. Ian Jacques, Mathematics for Economics and Business, Pearson Education Limited, 2018.
5. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, Introduction to Operations Research, McGraw-Hill Education, 2015.
6. Шапкин А.С., Шапкин В.А., Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию, Издательство Дашков и К, 2015.
7. M. S. Bazaraa, John J. Jarvis, Hanif D. Sherali, Linear programming and network flows, Fourth Edition, Wiley-Interscience, 2009.