

## О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ РЕЖИМА ПЕРЕДАЧИ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Пацюк В.И., Берзан В.П., Анисимов В.К., Кабак С.С., Посторонка С.А.

*Институт Энергетики АН Молдовы*

**Аннотация.** Рассмотрена проблема передачи максимальной мощности в нагрузку длинной линии при изменении режима работы линии от холостого хода (ХХ) до короткого замыкания (КЗ). При этом длина линии изменяется от нуля до ее волновой длины. В качестве метода исследования использован метод комплексных амплитуд (МКА). В качестве независимых переменных рассмотрены длина линии и ее нагрузка (диапазон изменения нагрузки линии в относительных единицах от минус единица до плюс единица). Установлено, что для активной нагрузки наблюдаются максимумы функций мощности на входе линии, передаваемой активной мощности, коэффициента полезного действия линии, а также коэффициента мощности на входе линии и коэффициента мощности нагрузки. Введено понятие критического сопротивления нагрузки линии, которое соответствует максимальному значению одного из рассмотренных параметров, которое имеет разные значения для мощности на входе линии и передаваемой мощности - эффект «разбегания» значения критических сопротивлений. Компенсация параметров нагрузки позволяет увеличить передаваемую мощность только в линиях с потерями при их длинах меньше  $\frac{1}{4}$  длины электромагнитной волны. У неискажающих линий такого эффекта не наблюдается вообще. В работе приведены обобщенные данные о режимах передачи максимальной мощности линии различной длины в нагрузку, которая изменяется от ХХ до КЗ. Эти данные могут быть использованы для предварительного анализа эффективности работы электрических линий при переменной нагрузке.

**Ключевые слова:** Электрическая линия, передаваемая мощность, коэффициент полезного действия, коэффициент мощности, метод комплексных амплитуд.

## UNELE PARTICULARITĂȚI ALE TRANSMISIEI PRIN LINIILE LUNGI DE CURENT ALTERNATIV A PUTERII ACTIVE

Pațiu V., Berzan V., Anisimov V., Cabac S., Postoronica S.

*Institutul de Energetică al AȘM*

**Rezumat.** În lucrare se examinează problema transferului maxim de putere sarcinei prin linia lungă. Sarcina liniei se modifică de la regimul de mers în gol (MG) până la regimul de scurtcircuit (SC). Lungimea liniei se variază de la zero până la lungimea egală cu lungimea fizică a undei electromagnetice. Ca metodă de cercetare s-a utilizat metoda amplitudinilor complexe (MAC). În calitate de variabile independente s-au examinat lungimea liniei și sarcina ei, care în sistemul de unități relative s-a modificat în banda de la minus unitate până la plus unitate. S-a determinat că, pentru sarcina cu caracter activ puterea activă intrare și puterea ieșire din linie, precum și funcțiile ce caracterizează evoluțiile randamentului, factorului de putere coeficiențelor o maxima sarcină rezistivă observat funcții de putere a liniem (intrare) și a sarcinii au valori extreme pentru diferite valori a parametrului  $z$  (sarcinii). Pentru aceste puncte s-a introdus noțiunea de valoare critică a sarcinii. S-a depistat efectul de "recesiune" a valorilor rezistenței critice pentru puterea activă intrare și puterea ieșire din linie, ceea ce nu este depistat pentru celelalte funcții examinate – randament și factor de putere. Compensarea puterii reactive a sarcinii poate contribui la creșterea puterii transmise doar pentru liniile cu lungimea mai mici ca lungimea de  $\frac{1}{4}$  a undei electromagnetice. În linii non-distorsionare astfel de efect nu se observă. În lucrarea sunt prezentate informații generalizate privind transmisia puterii active maxime prin liniile de diferită lungime la varierea sarcinii în banda de la regimul de MG până la regimul de SC al liniei. Aceste date pot fi utilizate pentru analiza preliminară a eficienței liniilor electrice la sarcină variabilă.

**Cuvinte-cheie:** Linie electrică, putere transmisă, randament, factor de putere, metoda amplitudinilor complexe.

**ABOUT SOME FEATURES OF TRANSMISSION MODE FOR ACTIVE POWER OF ELECTRICAL  
LINE**

Pațiu V., Berzan V., Anisimov V., Cabac S., Postoronica S.

*Institute of Power Engineering of the ASM*

**Abstract.** This paperwork examines the problem of maximum power transfer to the load of a long line mode change from idle line (XX) to short-circuit (SC). Load line changes from idle mode (IM) to its short-circuit (SC). The line length varies from zero up to a length equal to the physical length of the electromagnetic wave. As a method of research it is used the method of the complex amplitudes (MCA). As independent variables were examined her load line length and that the system per unit change in the band plus minus unit to unit, so  $-1 < z < 1$ . It enteritis that for the active character load of the active power input and power output of the line, so functions  $P_0 = F(z)$ ,  $P_1 = F(z)$  and functions that characterize developments efficiency  $\eta = F(z)$ , power factor at the input line and the load power factor when the variable  $z$ . For these points to the notion of critical value of the load. It finds the effect of "recession" critical resistance values and functions  $P_0 = F(z)$  și  $P_1 = F(z)$ , which is not found for the other functions considered - efficiency and power factor. Load reactive power compensation can help to increase power output only for lines with length smaller than  $\frac{1}{4}$  wave length electromagnitice wave. In non-distortional lines, such effect is not observed. The paper work represents the general data transmission mode the maximum power lines of different lengths to the load, which varies from idle mode (IM) to short-circuit (SC) regime. These data can be used for preliminary analysis of the efficiency of the electrical lines at variable load.

**Keywords:** Electric power line, transmitted power, efficiency, power factor, method of complex amplitudes.

## 1. Введение

Электрические линии являются одним из важнейших функциональных и конструктивных элементов современных электроэнергетических систем, которые оказывают влияние на эффективность процесса передачи и распределения электрической энергии конечным потребителям. С момента становления электроэнергетики как отрасли ведутся исследования и внедряются мероприятия направленные на снижение потерь энергии в электрических сетях и повышения их коэффициента полезного действия. Выводы, сделанные Эдисоном о целесообразности передачи электрической энергии потребителям на высоком напряжении, определили направление развития электрических сетей и электроэнергетики на многие годы вперед [1].

Рост значений передаваемых мощностей, в том числе на большие расстояния обозначили в качестве приоритетных задач снижение потерь энергии при передаче и распределения электрической энергии и обеспечение режима передачи максимальной мощности нагрузки [2-4]. Исследования показали, что снижение потерь энергии при передаче электрической энергии и обеспечение в этом случае высоких энергетических показателей является комплексной задачей [5]. Для линейных цепей постоянного тока режим передачи максимальной мощности из линии нагрузке определяется условием Ленца - Бота [6].

Электрические линии могут быть оснащены различными устройствами продольной и поперечной компенсации реактивной мощности. Эти устройства представляются в расчетных схемах как электрические цепи с сосредоточенными параметрами, а линии в данном случае представляют собой неоднородные электрические цепи с распределенными параметрами.

Поскольку, нагрузка и сами параметры реальной линии могут принимать очень широкий диапазон значений, следует, что анализ процессов передачи энергии по электрической линии имеет достаточно сложный характер, а, получаемые решения являются в большинстве случаев частными в рамках принятых ограничений и не

отражают весь спектр возможных решений, характеризующие процессы передачи мощности нагрузке.

В данной работе рассматривается задача получения обобщенного решения для случая передачи максимальной мощности нагрузки при изменении режима линии от холостого хода до короткого замыкания и разнообразном наборе значений параметров самой линии. Рассматривается режим питания нагрузки и линии от источника синусоидального напряжения.

## 2. Постановка задачи

Пусть имеется длинная линия с потерями, которая подключена к питающим шинам бесконечной мощности переменного синусоидального тока частотой  $f$ . Линия питает нагрузку, которая может иметь и комплексный характер. В линии может быть включена установка для продольной компенсации реактивной мощности нагрузки с целью повышения передаваемой активной мощности линии. Полагаем, что токи и напряжения в линии длиной  $l$  удовлетворяют телеграфным уравнениям:

$$L \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + Ri = 0; \quad C \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} + Gu = 0, \quad (1)$$

при следующих граничных условиях:

$$u(0, t) = U_0 \exp(j\omega t); \quad u(l, t) = R_s i(l, t). \quad (2)$$

Необходимо определить условия передачи максимальной мощности в нагрузку линии и зависимости основных энергетических параметров, характеризующие установившийся режим работы электрической цепи с распределенными и сосредоточенными параметрами, от длины линии при изменении ее нагрузки в широких пределах. От режима холостого хода до режима короткого замыкания.

## 3. Работа линии с потерями на активную нагрузку

Для линии постоянного тока с ненулевым погонным сопротивлением ( $R > 0$ ) и идеальной изоляцией ( $G = 0$ ) максимальная потребляемая мощность достигается при выполнении условия  $R_s = Rl$ , т.е. когда активное сопротивление нагрузки равно полному сопротивлению всей линии. В этом случае КПД линии не зависит от ее длины и равен 0.5. Для случая переменного напряжения это условие не выполняется даже для сравнительно коротких линий:  $l < \lambda/16$  [5]. Разомкнутые формулы для точного определения средних установившихся значений генерируемой ( $P_0$ ) и передаваемой ( $P_1$ ) мощности и КПД ( $\eta$ ) при работе линии переменного напряжения на чисто активную нагрузку с сопротивлением  $R_s \geq 0$  имеют вид [5]:

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_1 I_1^*) = \frac{1}{2} |I_1|^2 \operatorname{Re}(Z_s) = \frac{R_s}{2} |I_1|^2 = \frac{U_0^2 R_s}{2 |R_s \operatorname{ch} \delta l + Z_0 \operatorname{sh} \delta l|^2};$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_0 I_0^*) = \frac{U_0}{2} \operatorname{Re}(I_0) = \frac{U_0}{2} \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Z_{BX}}\right) = \frac{U_0^2 \operatorname{Re}(Z_{BX})}{2|Z_{BX}|^2}; \quad (3)$$

$$\eta = \frac{P_1}{P_0} = \frac{R_S |Z_{BX}|^2}{|R_S \operatorname{ch} \delta l + Z_0 \operatorname{sh} \delta l|^2 \operatorname{Re}(Z_{BX})}; \quad Z_{BX} = Z_0 \frac{R_S \operatorname{ch} \delta l + Z_0 \operatorname{sh} \delta l}{R_S \operatorname{sh} \delta l + Z_0 \operatorname{ch} \delta l}.$$

Если исследовать на экстремум указанные функции, то для сопротивления  $R_S$  получим следующие выражения:

А)  $\max_{R_S} P_0$  достигается при  $R_{0k}$ .

Значение  $R_{0k}$  определяется через вещественные корни  $R_{0k}^\pm$  квадратного уравнения

$$R_S^2 \operatorname{Re}(\operatorname{ch}^2 \delta l) + R_S \operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} 2\delta l) + \operatorname{Re}(Z_0^2 \operatorname{sh}^2 \delta l) = 0:$$

$$R_{0k}^\pm = \frac{-\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta l) \pm \operatorname{Im}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l)}{\operatorname{Re}(\operatorname{ch}^2 \delta l)}. \quad (4)$$

Эти корни могут быть либо разных знаков, либо оба отрицательны, поэтому значение  $R_{0k}$  определяется по формуле

$$R_{0k} = \begin{cases} R_{0k}^+, & \text{если } R_{0k}^+ > 0 \\ R_{0k}^-, & \text{если } R_{0k}^- > 0 \\ 0, & \text{если } \operatorname{Re}(\operatorname{ch}^2 \delta l) > 0 \\ \infty, & \text{если } \operatorname{Re}(\operatorname{ch}^2 \delta l) < 0 \end{cases}. \quad (5)$$

В)  $\max_{R_S} P_1$  достигается при  $R_{1k} = |Z_0 \operatorname{th} \delta l|$ .

С) Максимальное значение КПД  $\max_{R_S} \eta$  достигается при  $R_\eta$ .

Значение параметра  $R_\eta$  определяется из формул:

$$R_\eta = |Z_0| \sqrt{\frac{\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l)}{\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta^* l \operatorname{ch} \delta l)}}, \text{ если } \operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l) \operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta^* l \operatorname{ch} \delta l) \geq 0. \quad (6)$$

Если же  $\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l) \operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta^* l \operatorname{ch} \delta l) < 0$ , то  $R_\eta = 0$  при  $\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l) < 0$  и  $R_\eta = \infty$  при  $\operatorname{Re}(Z_0 \operatorname{sh} \delta l \operatorname{ch} \delta^* l) > 0$ .

Для получения обобщенных характеристик об изменении исследуемых параметров целесообразно выполнить расчеты в системе относительных единиц [1]:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{u^0}{U^0}; \quad i = \frac{i^0 Z_B^0}{U^0}; \quad t = \frac{t^0}{\Delta^0}; \quad x = \frac{x^0}{\lambda^0}; \\
 R &= \frac{R^0 \lambda^0}{Z_B^0}; \quad R_S = \frac{R_S^0}{Z_B^0}; \quad G = G^0 \lambda^0 Z_B^0; \\
 Z_B^0 &= \sqrt{\frac{L^0}{C^0}}; \quad a^0 = \frac{1}{\sqrt{L^0 C^0}}; \quad z = \frac{R_S - Z_B^0}{R_S + Z_B^0},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $U$ -значение номинального напряжения цепи;  $Z_B^0$ -волновое сопротивление идеальной линии;  $R_S$ - сопротивление нагрузки;  $\lambda^0 = a^0 / f^0$  - длина волны на частоте источника питания  $f^0$ ;  $\Delta^0$  - время пробега волны в линии и  $\Delta^0 = \lambda^0 / a^0$ ;  $a^0$  - скорость распространения электромагнитных возмущений в линии;  $z$  - значение сопротивления нагрузки линии в системе безразмерных единиц.

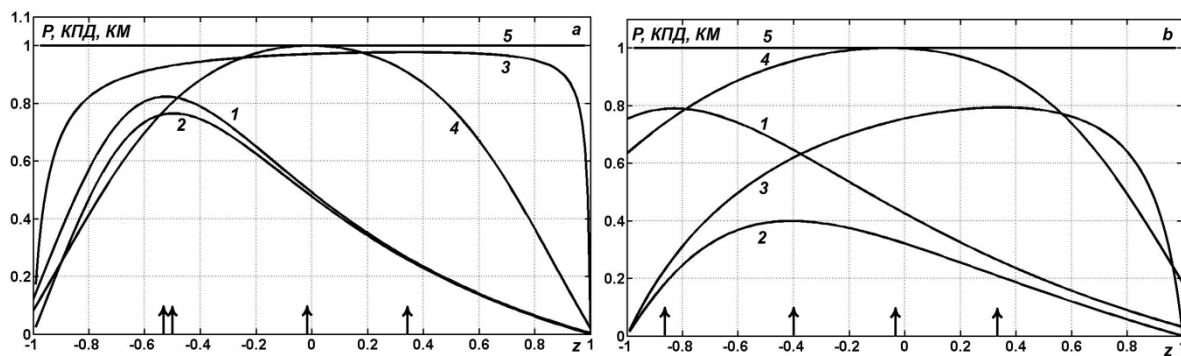
Значок градус обозначает, что указанные физические величины имеют размерность.

### 3.1. Результаты расчета характеристик передачи мощности в активную нагрузку линии

На рис. 1 представлено изменение генерируемой  $P_0$  и передаваемой мощности  $P_l$ , КПД и коэффициента мощности (КМ) источника и приемника (на рис.1 кривые 1–5) в зависимости от параметра  $z$  при  $l = 0.0516\lambda$ , где  $\lambda$ - волновая длина линии в системе относительных единиц;  $R = 0.48(a); 4.8(b); G = R/5; Z_S = R_S$ . Значение безразмерного параметра  $z$  определяется по формуле  $z = (R_S - Z_B) / (R_S + Z_B)$ , причем безразмерный параметр  $z$  принимает значение  $z = -1$  при коротком замыкании и  $z = 1$  при холостом ходе,  $R_S$  - активное сопротивление нагрузки линии,  $Z_B = \sqrt{L_0 / C_0}$  - волновое сопротивление идеальной линии с погонными параметрами  $L_0$  и  $C_0$ .

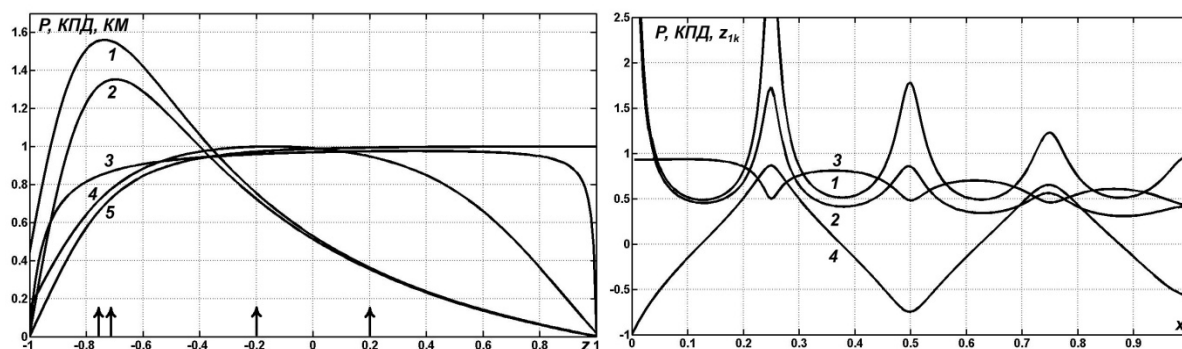
На рис.2. представлены кривые изменения генерируемой  $P_0$  и передаваемой  $P_l$  мощностей, КПД и КМ источника и приемника от параметра  $z$  при  $Z_S = R_S - j / (\omega C_S)$ ;  $C_S = 1$  (17.57мкФ). Здесь и в дальнейшем  $R = 0.48, G = R/5$ . Продольная компенсация параметров нагрузки для этой длины линии увеличивает максимальную передаваемую мощность, но уменьшает КПД и КМ ( $\cos \varphi$ ).

На рис. 3 показаны кривые изменения генерируемой  $P_0$  и передаваемой  $P_l$  мощностей, КПД и критического сопротивления  $z_{lk}$  от длины линии (кривые 1–4). Увеличению (уменьшению) передаваемой мощности по мере изменения длины линии всегда сопутствует уменьшение (увеличение) КПД. Для четвертьволновой линии максимум мощности имеет место в режиме, близком к ХХ ( $R_S = 13.93 Z_B$ ), а для полуволновой линии в режиме, близком к КЗ ( $R_S = 0.14 Z_B$ ).

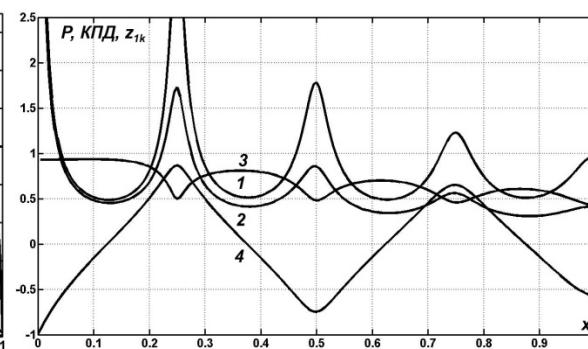


**Рис. 1.** Зависимость генерируемой и передаваемой мощности, КПД и КМ источника и приемника от сопротивления нагрузки  $R_S$  при  $l = 0.0516$ ;  $R = 0.48(a)$ ;  $4.8(b)$ ;  $G = R/5$ ;

$$Z_S = R_S$$



**Рис. 2.** Зависимость генерируемой  $P_0$  (кривая 1) передаваемой мощности  $P_1$  (2), КПД (3) и КМ источника (4) и приемника (5) от сопротивления нагрузки  $R_S$  при  $l = 0.0516$ ;  $R = 0.48$ ;  $G = R/5$ ;  $Z_S = R_S - j/(\omega C_S)$ ;  $C_S = 1$



**Рис. 3.** Зависимость от длины линии  $x$  генерируемой  $P_0$  (1), максимальной передаваемой  $P_1$  (2) мощности, КПД (3) и критического сопротивления  $z_{lk}$  (4) при  $R = 0.48$ ;  $G = R/5$

Характеристики, представленные на рис.1 наглядно иллюстрируют тот факт, что максимумы всех исследуемых здесь функций достигаются при различных значениях сопротивления нагрузки  $R_S$ . С увеличением потерь в линии наблюдается «разбегание» критических сопротивлений для генерируемой и передаваемой мощности, тогда как точки максимума для КПД и КМ остаются практически неподвижными. Таким образом, при вариации параметра  $R_S$  для любого отрезка длины линии можно получить полное представление об особенностях передачи мощности по линии, что в итоге, позволяет выбрать оптимальный режим линии исходя из тех или иных критериев, а также поставленных целей исследования.

#### 4. Работа линии с потерями на комплексную нагрузку

Чисто активный характер нагрузки линии следует рассматривать как частный случай. Чаще всего нагрузка имеет комплексный характер, а потребленная реактивная мощность нагружает линию и влияет на ее энергетические параметры: потери энергии, коэффициенте полезного действия и на значение коэффициента мощности.

Уменьшение потоков реактивной мощности по линии можно обеспечить за счет локальной компенсации реактивной мощности нагрузки, что является в общем известным и широко применяемым техническим решением.

Большинство потребителей электроэнергии представляют собой электромагнитные устройства (электрические машины переменного тока, трансформаторы, оборудование для дуговой сварки, различного рода преобразовательные устройства на основе элементов силовой электроники и т.п.). Следствием этого, коэффициент мощности  $\cos\varphi$  и КПД имеют более низкие значения, чем в случае передачи номинальной активной мощности по линии. При снижении доли активной мощности нагрузки в полной мощности  $S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2}$  линия нагружается реактивной мощностью, что и обуславливает относительное увеличение потерь в линии. В разделе 3.1 показано, что энергетические характеристики линии переменного тока не так однозначны даже для случая, когда нагрузка является чисто активной. Величины переданной мощности, КПД и коэффициента мощности зависят от параметров самой линии, в том числе от ее волновой длины.

Исходя из этого, сформулируем следующую задачу. Пусть мы имеем длинную линию с распределенными параметрами, которая питает чисто активную нагрузку  $R_S$ . Необходимо оценить возможность одновременного увеличения передаваемой мощности и КПД линии, а также определить условия достижения этих режимов в линии. На рис.4 представлена эквивалентная схема длинной линии переменного тока для случая последовательного включения с нагрузкой  $R_S$  реактивного сопротивления  $X_S$ .



**Рис. 4.** Линия переменного напряжения с активной  $R_S$  и реактивной  $X_S$  нагрузкой на приемном конце

Если нагрузка на конце линии имеет активную и реактивную составляющие (см. рис. 4), тогда уравнения установившегося режима в гиперболических функциях (УУР) для данной цепи принимают вид [5]:

$$Z_S = R_S + j \left( \omega L_S - \frac{1}{\omega C_S} \right) = R_S + jX_S;$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}; \quad \delta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)};$$

$$U_0 = Z_{BX} I_0; \quad U_1 = Z_S I_1; \quad Z_{BX} = Z_0 \frac{Z_S + Z_0 \operatorname{th}(\delta l)}{Z_0 + Z_S \operatorname{th}(\delta l)}; \quad (8)$$

$$U_1 = U_0 \operatorname{ch}(\delta l) - Z_0 I_0 \operatorname{sh}(\delta l);$$

$$I_1 = -\frac{U_0}{Z_0} \operatorname{sh}(\delta l) + I_0 \operatorname{ch}(\delta l) = \frac{U_0}{Z_0 \operatorname{sh}(\delta l) + Z_S \operatorname{ch}(\delta l)};$$

$$S = UI^* = |U||I| \cos \varphi + j|U||I| \sin \varphi.$$

Активную мощность нагрузки можно записать в виде

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_1 I_1^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(Z_S I_1 I_1^*) = \frac{1}{2} |I_1|^2 \operatorname{Re}(Z_S) = \frac{R_S}{2} |I_1|^2. \quad (9)$$

Для определения максимального значения  $P_1$  по параметрам нагрузки  $X_S$  и  $R_S$  требуется решить систему двух уравнений

$$\frac{\partial P_1(X_S, R_S)}{\partial X_S} = 0, \quad \frac{\partial P_1(X_S, R_S)}{\partial R_S} = 0,$$

которые после дифференцирования принимают вид

$$R_S |I_1| \frac{\partial |I_1|}{\partial X_S} = 0, \quad |I_1| \left( |I_1| + 2R_S \frac{\partial |I_1|}{\partial R_S} \right) = 0. \quad (10)$$

Из (10) следует, что для решения поставленной задачи необходимо решить систему уравнений

$$\frac{\partial |I_1|}{\partial X_S} = 0, \quad |I_1| + 2R_S \frac{\partial |I_1|}{\partial R_S} = 0. \quad (11)$$

Рассмотрим первое уравнения (11). Проведя дифференцирование модуля  $|I_1|$ , получаем уравнение, из которого определяем оптимальное значение  $X_S$ :

$$X_{S,k} = \frac{\operatorname{Im}(Z_0^* \operatorname{sh}(\delta^* l) \operatorname{ch}(\delta l))}{|\operatorname{ch}(\delta l)|^2}. \quad (12)$$

Решая второе уравнение из (11) получаем явное выражение для оптимального значения  $R_S$  в зависимости от значения параметра  $X_S$ :



$$R_S^2 = X_S^2 + |Z_0 \operatorname{th}(\delta l)|^2 - \frac{2X_S}{|\operatorname{ch}(\delta l)|^2} \operatorname{Im}(Z_0^* \operatorname{sh}(\delta^* l) \operatorname{ch}(\delta l))$$

или

$$R_{S,k} = \sqrt{|Z_0 \operatorname{th}(\delta l)|^2 - X_{S,k}^2}. \quad (13)$$

Вычисление значений матрицы вторых производных при  $R_S = R_{S,k}$  и  $X_S = X_{S,k}$  приводит к отрицательно определенной матрице, что гарантирует существование в этой точке максимального значения мощности  $P_1$ . Далее, определим значения параметров нагрузки  $X_S$  и  $R_S$ , при которых КПД ( $\eta = P_1 / P_0$ ) достигает максимального значения. Поскольку для мощности нагрузки и для мощности на входе линии можно записать следующие уравнения

$$P_1 = R_S |I_1|^2 \text{ и } P_0 = U_0 \operatorname{Re}(I_0) = U_0 (I_0 + I_0^*) / 2,$$

то значение коэффициента полезного действия рассматриваемой электрической цепи можно вычислить по формуле

$$\eta = \frac{R_S Z_0 Z_0^*}{\operatorname{Re}[Z_0^* (Z_0 \operatorname{ch} \delta l + Z_S \operatorname{sh} \delta l) (Z_S^* \operatorname{ch} \delta^* l + Z_0^* \operatorname{sh} \delta^* l)]}. \quad (14)$$

Для определения максимального значения КПД требуется решить систему следующих уравнений

$$\frac{\partial \eta(X_S, R_S)}{\partial X_S} = 0, \quad \frac{\partial \eta(X_S, R_S)}{\partial R_S} = 0. \quad (15)$$

Рассмотрим первое уравнения (15). Проведя дифференцирование и упрощение, получаем уравнение, из которого определяем оптимальное значение  $X_S$ :

$$X_{S,\eta} = \frac{\operatorname{Im}[Z_0^* (Z_0^* |\operatorname{sh}(\delta l)|^2 - Z_0 |\operatorname{ch}(\delta l)|^2)]}{2 \operatorname{Re}(Z_0^* \operatorname{sh}(\delta l) \operatorname{ch}(\delta^* l))}. \quad (16)$$

Решая второе уравнение из (15) получаем явное выражение для оптимального значения  $R_S$  в зависимости от значения параметра  $X_S$ :

$$R_S^2 = X_S^2 + \frac{X_S \operatorname{Im}(Z_0^2) |\operatorname{sh}(\delta l)|^2 + |Z_0|^2 \operatorname{Re}(Z_0^* \operatorname{sh}(\delta^* l) \operatorname{ch}(\delta l))}{\operatorname{Re}(Z_0^* \operatorname{sh}(\delta l) \operatorname{ch}(\delta^* l))}. \quad (17)$$

Вычисление значений матрицы вторых производных при  $R_S = R_{S,\eta}$  и  $X_S = X_{S,\eta}$  приводит к отрицательно определенной матрице, что гарантирует существование в этой точке максимального значения КПД ( $\eta$ ).

#### 4.1. Результаты расчета характеристик передачи мощности в нагрузку при ее комплексном характере

В качестве активной составляющей комплексной нагрузки линии целесообразно выбрать величину  $R_S$  (значение активной нагрузки линии из предыдущего рассмотрения), т.е. выбрать активную нагрузку линии равное ее волновому сопротивлению  $R_S = Z_B$ , поскольку именно при таком сопротивлении КПД достигает максимального значения при изменении величины  $R_S$ .

На рис. 5 представлена зависимость КПД от длины линии при ее потерях  $R = 0.48$ ,  $G = R/5$ (a);  $R = 4.8$ ,  $G = 0$ (b). Кривая 1 получена при нулевом реактивном сопротивлении нагрузки  $X_S = 0$ , а кривая 2 соответствует такому  $X_S = X_{S,\eta}$ , при котором КПД максимален для заданной длины линии.

Из графиков видно, что скольнибудь заметного повышения КПД удается достичь с помощью продольной компенсации параметров нагрузки лишь на участке  $0 < x < 0.25$  линии при достаточно больших значениях погонного сопротивления  $R = 4.8$  и отсутствии утечки тока через изоляцию линии  $G = 0$  (см. рис. 6b). Если нагрузка подключена к неискажающей линии, то обе кривые совпадают и никакого улучшения КПД получить нельзя.

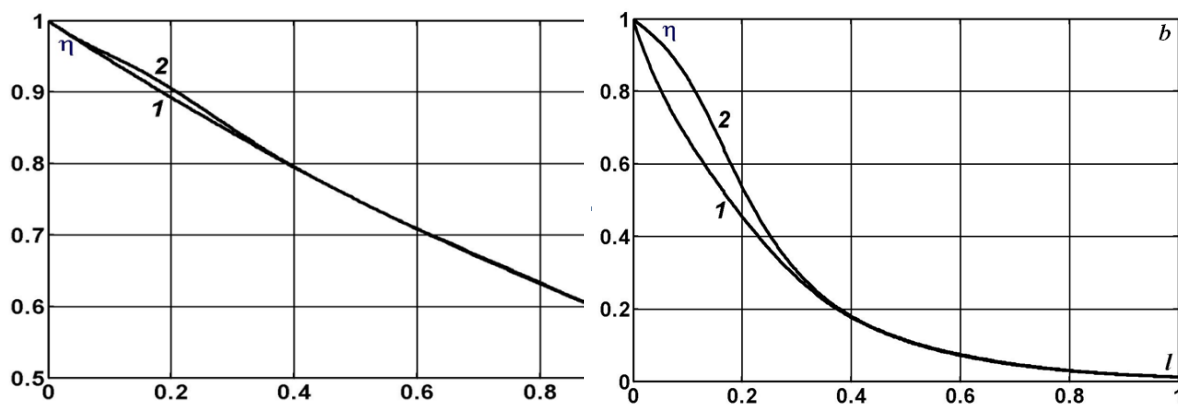
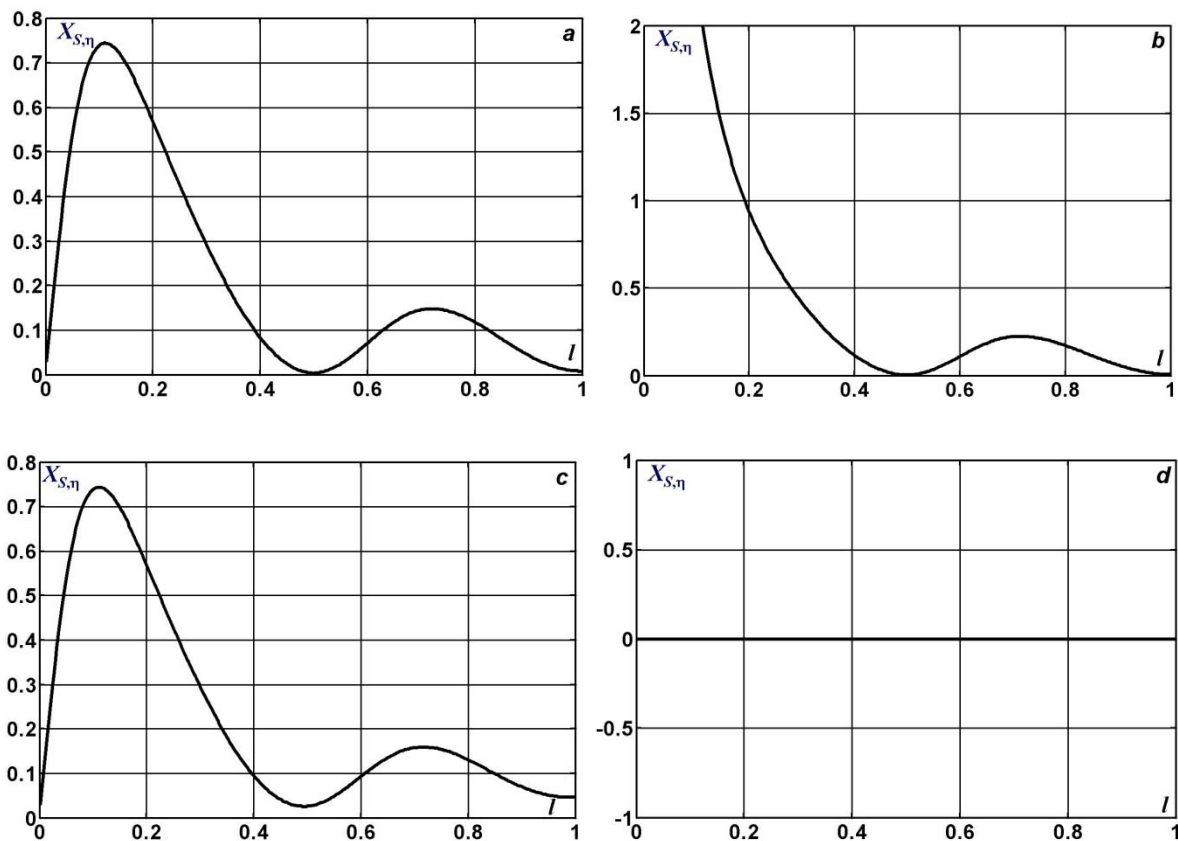


Рис. 5. Зависимость  $\eta$  ( $X_S = 0$ ) (1) и  $\eta$  ( $X_S = X_{S,\eta}$ ) (2) от длины линии при  $R_S = Z_B$  и  $R = 0.48$ ,  $G = R/5$ (a);  $R = 4.8$ ,  $G = 0$ (b)

Зависимости на рис. 6 показывают, что оптимальное (критическое) сопротивление  $X_{S,\eta}$  изменяется в довольно широких пределах, но оно всегда положительно, а, следовательно, носит индуктивный характер. При небольших потерях ( $R = 22$  мОм/км) сопротивление компенсирующего реактивного элемента является нулевым для полуволновой линии (см. рис. 7a,b).



**Рис. 6.** Зависимость  $X_{S,\eta}$  от длины линии при  $R_S = Z_B$  и  $R = 0.48$ ,  $G = R/5$ (a);  $R = 0.48$ ,  $G = 0$ (b);  $R = 1.205$ ,  $G = R/5$ (c);  $R = G = 1.205$ (d)

Исследуем особенности изменения значения передаваемая мощность  $P_1$  при подключении последовательно к чисто активной нагрузке  $R_S$  реактивного сопротивления  $X_S = X_{S,\eta}$ . На рис. 7 показаны зависимости величины  $P_1$  от длины линии. На этих характеристиках имеются участки линии в пределах которых абсорбируемая активная мощность комплексной нагрузкой превышает значение характерное для согласованной с линией активной нагрузки. Длина линии для этого режима оказывается равной примерно  $0,3\lambda$  (волновой длины линии). Для этой физической длины линии функция  $P_1$  получает максимальное возможное значение для рассмотренных условий работы линии.

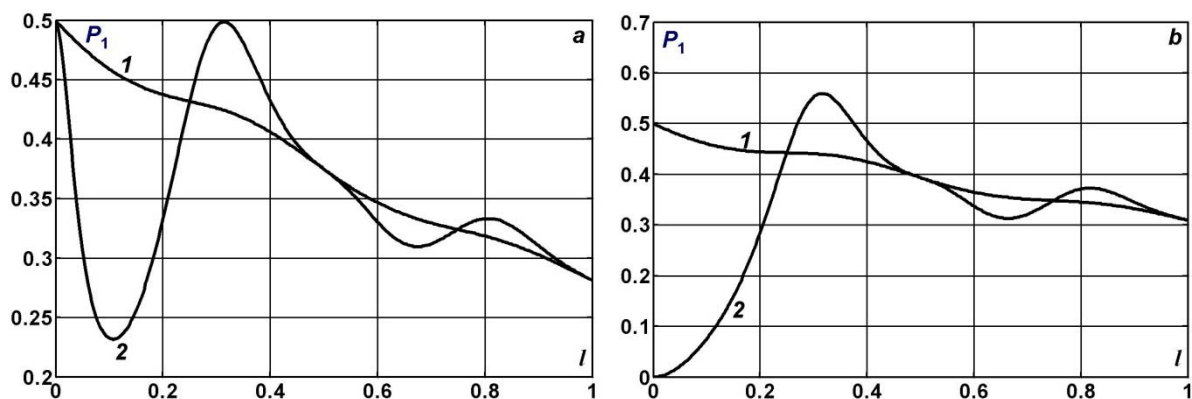


Рис.7. Зависимость  $P_l(X_S = 0)$  (1) и  $P_l(X_S = X_{S,i})$  (2) от длины линии при  $R_S = Z_B$  и  $R = 0.48, G = R/5$ (a);  $R = 0.48, G = 0$ (b)

Определим сопротивление  $X_S = X_{S,k}$ , при котором передаваемая мощность максимальна и выясним, как при этом изменится КПД. На рис. 8 показана зависимость максимальной передаваемой мощности от длины линии. Обращает на себя внимание тот факт, что в целом мощность удается повысить даже для неискажающей линии, за исключением тех случаев, когда нагрузка подключена к приемному концу четверть- или полуволновой линий. Зависимость  $X_{S,k}$  от длины линии является здесь знакопеременной функцией. Емкостной характер реактивного сопротивления ( $X_{S,k} < 0$ ) сменяется индуктивным ( $X_{S,k} > 0$ ) периодом равным  $0,25\lambda$  волновой длины линии.

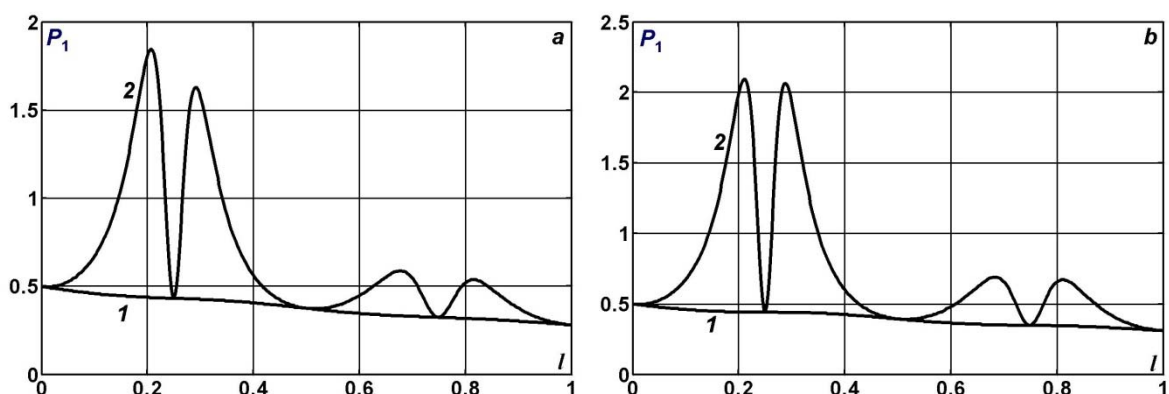


Рис. 8. Зависимость  $P_l(X_S = 0)$  (1) и  $P_l(X_S = X_{S,k})$  (2) от длины линии при  $R_S = Z_B$  и  $R = 0.48, G = R/5$ (a);  $R = 0.48, G = 0$ (b)

Зависимости КПД от длины линии, изображенные на рис. 9 показывают, что лишь в окрестности  $x = 0,25$  волновой длины линии можно наблюдать незначительное повышение значения данного параметра. На основе полученных расчетных данных можно утверждать, что стремление увеличить максимальное значение передаваемой мощности почти всегда сопровождается понижением КПД линии, иногда до недопустимо низкого уровня.

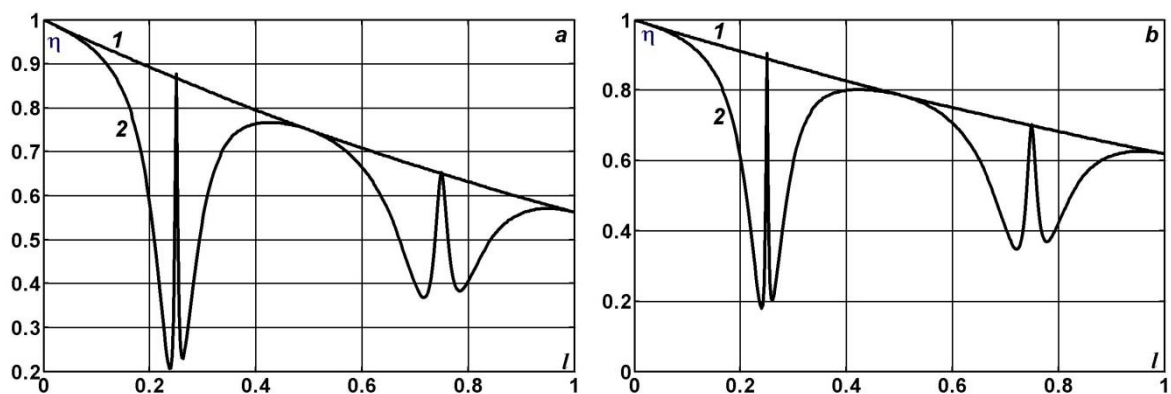
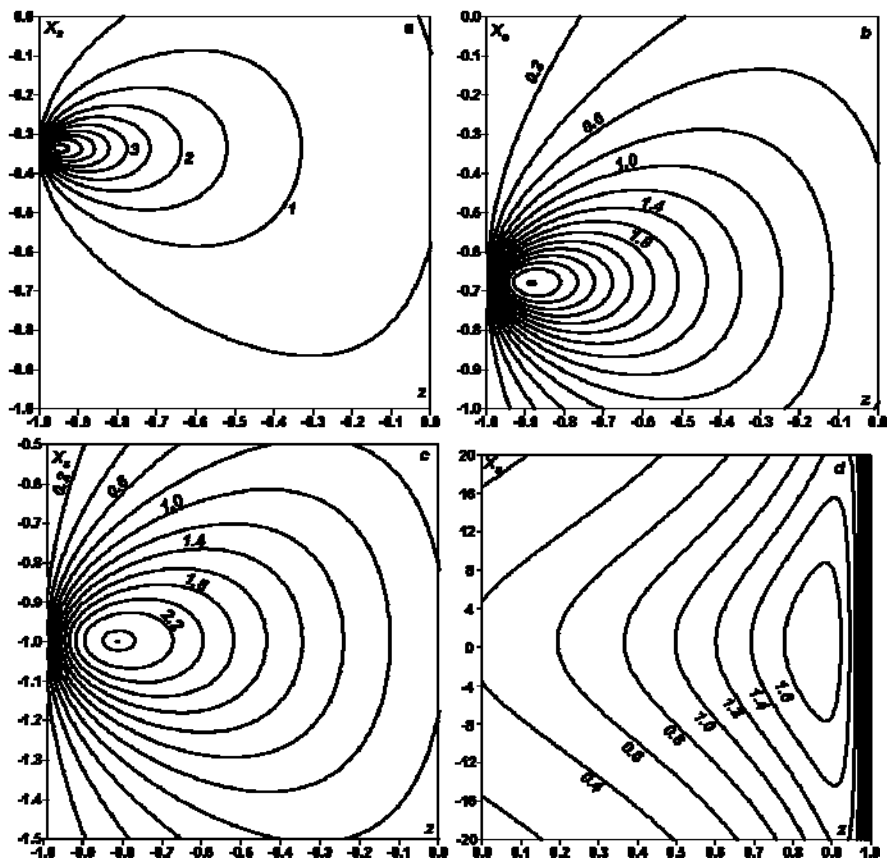


Рис. 9. Зависимость  $\eta$  ( $x_S = 0$ ) (1) и  $\eta$  ( $x_S = X_{S,k}$ ) (2) от длины линии при  $R_S = Z_B$  и  $R = 0.48$ ,  $G = R/5$ (a);  $R = 0.48$ ,  $G = 0$ (b)

На рис. 10 приведены обобщенные данные об областях изменения реактивного сопротивления  $X_S$  нагрузки  $Z_S = R_S + jX_S$  для которого удается передавать максимальное значение активной мощности в нагрузку. На рис. 10 приведены линии уровня функции  $P_I(z, X_S)$  для различных длин линии используемой для передачи мощности от генератора в нагрузку. Из представленных результатов видно, что в случае подключения к линии активной нагрузки в точках, соответствующих четверти или половине волновой длине линии невозможно добиться повышения абсорбируемой этой нагрузкой активной мощности, которая бы превышало значение характерное для чисто активной нагрузки. В этих случаях максимальное значение передаваемой мощности достигается для условия  $X_S = 0$ .



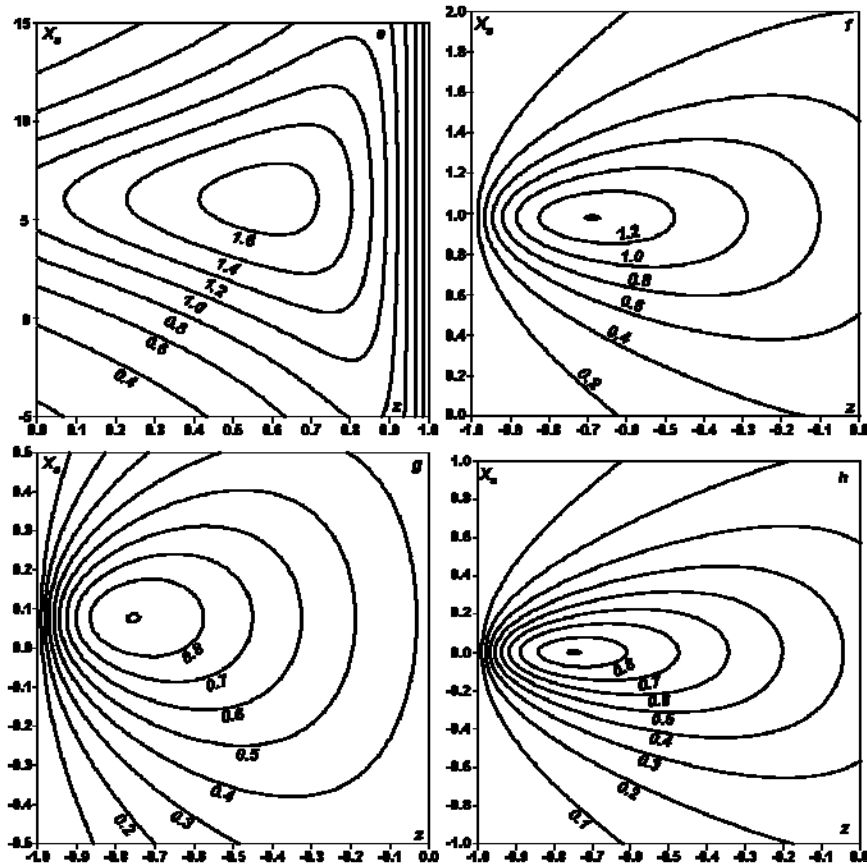


Рис. 10. Зависимость передаваемой мощности от комплексного сопротивления нагрузки при  $R = 0,48$  и  $G = R/5$ ;  $l = 0,0516$  (a);  $0,0949$  (b);  $0,125$  (c);  $0,25$ (d);  $0,2684$ (e);  $0,375$ (f);  $0,488$ (g);  $0,5$ (h)

### Выводы

1. При чисто активной нагрузке  $R_S$  значения максимумов функций от независимой переменной  $z$ , представляющих мощность на входе линии  $P_0 = F(z)$ , передаваемой по линии активной мощности  $P_1 = F(z)$ , коэффициента полезного действия линии  $\eta = F(z)$ , а также коэффициента мощности на входе линии  $\cos \varphi_0$ , коэффициента мощности нагрузки  $\cos \varphi_S$  имеют место при различных значениях сопротивления нагрузки. Значения активного сопротивления соответствующего максимумам рассмотренных функции названы «критическое сопротивление –  $R_{x,k}$ », причем для функции входной и выходной мощности наблюдается «разбегание» расположения значений критических сопротивлений  $R_{0,k}$  и  $R_{1,k}$ , тогда как для точек максимума функций  $\eta$ ,  $\cos \varphi_0$  и  $\cos \varphi_S$  не наблюдается такого «разбегания».
2. Компенсация параметров нагрузки в последовательной схеме замещения позволяет увеличить передаваемую мощность в линиях с потерями сравнительно небольшой протяжности, т.е. в линиях имеющих длины меньше  $\frac{1}{4}$  длины электромагнитной волны. У неискажающих линий такого эффекта не наблюдается вообще.
3. При компенсации реактивного сопротивления нагрузки возможен режим, при котором значение передаваемой мощности превышает значение, характерное для случая работы линии только на активную нагрузку. Максимум передаваемой

мощности наблюдается для случая линии с длиной равной  $0,3\lambda$  (волновой длины линии).

4. Оптимальное значение реактивного сопротивления  $X_S, r_l$  (критическое), которое соответствует режиму компенсации реактивной мощности нагрузки, изменяется в зависимости от длины линии в широком диапазоне, но для принятых параметров длинной линии имеет положительное значение, т.е. имеет индуктивный характер.
5. Получены обобщенные данные о передаче максимальной мощности в нагрузку для линий различных длин и при изменении нагрузки от режима холостого хода до режима короткого замыкания. Эти данные могут быть использованы при предварительном анализе эффективности работы электрических линий при переменной нагрузке.

## 5. Литература

- [1] Электроэнергетика. Исторический очерк. [http://www.sapov.ru/consul/reports/electro/el-sense\\_04.htm](http://www.sapov.ru/consul/reports/electro/el-sense_04.htm).
- [2] BERZAN, V.P; RIMSCHI, V.X.; TIRSU, M.S.; PATSYUK, V.I.; UZUN, M.N. About some features of the power transfer mode on the long transmission line. Euro-Asian Journal of sustainable energy development policy, 2013, vol.4, nr. 1, January-June 2011, p.1-10.
- [3] КОВАЛЕВ, Г.Ф.; ЛЕБЕДЕВА, П.М. Планетарная электроэнергетическая система. – Энергия, 2006, №9, с. 27–34.
- [4] ЗИЛЬБЕРМАН, С.М.; Самородов, Г.И. Возможные перспективы импорта электроэнергии в Республику Молдова из Тюменского региона. Труды Международной конференции «Энергетика Молдовы- 2005» Кишинев. 2005, Типография АНМ, сс. 104-110.
- [5] РИМСКИЙ В.К.; БЕРЗАН В.П.; ПАЦЮК В.И.; КАРЧЕВА Н.Ф.; АНДРОС И.В. Волновые явления в неоднородных линиях. Том 4. Параметрические цепи. К.: Тип. АН Молдовы, 2008. -552с. -ISBN 978-9975-62-075-8
- [6] БЕССОНОВ, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи /Учебник для ВТУЗов. – М.: Высшая школа, 1984. – 559с
- [7] Нейман Л.Р. Теоретическая электротехника. Избранные труды. – Л.: Наука, ЛО, 1988. – 334с.
- [8] Rimschi V., Berzan V., Tîrşu M., Uzun M., Rimschi S. Soluții precise a ecuațiilor telegrafistilor. – Chișinău: Tipografia AȘM, 2007. –86р.
- [9] Круг К.А. Основы электротехники. – Л.: ОНТИ, 1936. –888с.
- [10] Ковалев Г.Ф., Лебедева П.М. Планетарная электроэнергетическая система. – Энергия, 2006, №9, с. 27–34.

PROBLEMELE ENERGETICII REGIONALE 3(23) 2013  
ELECTROENERGETICĂ

Сведения об авторах

	<p><b>Пацюк В.И.</b> Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института энергетики АНМ и доцент Государственного Университета Молдовы. Область научных интересов: численные методы расчета, математическая физика, механика твердого тела, теоретическая электротехника и энергетика. Автор более 100 научных публикаций, в том числе 1 патента и 10 монографий.</p>
	<p><b>Берзан В.П.</b> Доктор хабилитат в технике. Директор Института энергетики АНМ. Область научных интересов, диагностика энергетического оборудования, нестационарные процессы в неоднородных электрических цепях, математическое моделирование, транспорт электроэнергии на большие расстояния, возобновляемые источники энергии. Автор более 250 научных публикаций, в том числе 20 патентов и 12 монографий. E-mail: berzan@ie.asm.md.</p>
	<p><b>Анисимов В.К.</b> Доктор технических наук, зав. Лабораторией «Моделирование и диагностика энергетического оборудования» Института энергетики АНМ. Область научных интересов: неразрушающие методы контроля и диагностики, возобновляемые источники энергии, ветроэнергетика, технологии получения водорода численные методы расчета. Автор более 80 статей и 80 изобретений.</p>
	<p><b>Кабак С.С.</b> Доктор технических наук, научный сотрудник Лаборатории «Моделирование и диагностика энергетического оборудования» Института энергетики АНМ. Область научных интересов: физика полупроводников и устройства на их основе, возобновляемая энергетика на основе прямого преобразования солнечной энергии фотопреобразовательными модулями. Автор 13 научных статей.</p>
	<p><b>Посторонка Св. А.</b> Научный сотрудник Института энергетики АНМ. Область научных интересов, диагностика энергетического оборудования, возобновляемые источники энергии. Автор 20 научных публикаций, участник международных салонов по инвентике. Отмечен дипломами и бронзовыми медалями.</p>