O METODĂ MONOTONĂ „VOTURI-DECIZIE" ÎN SISTEME RP

Prof. univ. Ion BOLUN, ASEM

Este formalizată cerința de monotonie pentru sisteme RP, fiind, totodată, demonstrat că metoda generală cu divizor asigură respectarea acesteia. Este propus algoritmul A_3, care satisface cerința de monotonie şi „regula cotei". Analiza comparativă a patru metode monotone în baza criteriului Abaterii relative a arătat că cel mai apropiat de metoda Hamilton, cu o diferență de doar 0,25%, este algoritmul A_3, după care urmează metoda Huntington-Hill (1,06%), apoi metoda Sainte-Laguë (1,56%) şi, în sfârşit, – cea d'Hondt (4,05%). Din aceste patru metode, doar metoda Huntington-Hill poate încalcă limita de jos a regulii cotei.

1. Introducere

Minimizarea disproporționalității reprezentării voinței decidenților în opțiunea finală (decizie) prin votare cu reprezentare proporțională (RP) se asigură de metoda Hamilton (Celor mai mari resturi cu cota standard) [1, 2]. Cu regret, această metodă, spre deosebire de aşa metode bine cunoscute ca cele d'Hondt [2], Sainte-Laguë [2] şi Huntington-Hill [3], nu garantează respectarea cerinței de monotonie față de creșterea/descreșterea numărului de opțiuni sau al celui de decidenți (paradoxul Alabama ș.a. [3, 4]). Acest neajuns a cauzat folosirea mai rară a metodei Hamilton. Însă aplicarea metodelor d'Hondt, Sainte-Laguë sau Huntington-Hill poate conduce la o disproporție semnificativ mai mare decât cea Hamilton.

În lucrare se cercetează aspectele ce țin de reducerea disproporției în cauză, asigurând, totodată, respectarea cerinței de monotonie. Deoarece cele mai cunoscute practici privind folosirea sistemelor de votare sunt, probabil, cele ce țin de scrutinele electorale, aspectele de optimizare abordate se vor cerceta, fără a diminua din universalitate, prin prisma scrutinelor electorale cu reprezentare proporțională a listelor de partid (coaliții, blocuri). Mai întâi sunt elucidate conceptele majore şi starea de lucruri în domeniu (p. 2), apoi este definită noțiunea de monotonie (p. 3), ulterior este propus un algoritm de îmbunătățire a metodelor cunoscute din punctul de vedere al disproporționalității distribuirii mandatelor între partide (p. 4) şi, în sfârşit, sunt descrise câteva studii de caz de analiză comparativă a algoritmilor în cauză (p. 5).

2. Considerații preliminare

Fie: M – numărul total de mandate în organul electiv; n – numărul de partide care au atins sau depășit pragul electoral; V – numărul total de voturi exprimate valabil pentru cele n partide; V_i – numărul de voturi exprimate în favoarea partidului i; x_i – numărul de mandate

"VOTES-DECISION" MONOTONE METHOD IN PR SYSTEMS

Univ. Prof. Ion BOLUN, AESM

The monotonicity criterion for PR systems is formalized. It is proved that general divisor method satisfies this criterion (is monotone). An apportionment algorithm (A_3), that satisfies the monotonicity criterion and the quota rule, is proposed. Comparing four monotone methods by Relative deviation criterion, is established that nearest to Hamilton method, with a deviation of 0,25%, is algorithm A_3, followed by Huntington-Hill method (1,06%), Sainte-Laguë method (1,56%) and d'Hondt method (4,05%). From these four methods, only Huntington-Hill method can violate the lower quota rule.

1. Introduction

Minimizing disproportionality of deciders' will representation in the final option (decision) by voting with proportional representation (PR) is ensured by Hamilton method (Largest remainders with standard quota) [1, 2]. Unfortunately, this method, unlike such well known methods as d'Hondt [2], Sainte-Laguë [2] and Huntington-Hill [3] ones, does not guarantee compliance with the monotony requirement toward the increasing/decreasing the number of options or of that of deciders (Alabama paradox etc. [3, 4]). This drawback caused the rare use of Hamilton method in practice. But the application of d'Hondt, Sainte-Laguë or Huntington-Hill methods can lead to a disproportion significantly larger than the use of Hamilton one.

In this paper, aspects of reducing this disproportion, while ensuring the monotonicity criterion, are investigated. Because the best known practices with reference to the use of voting systems are, probably, the ones related to elections, the addressed optimization issues will be investigated, without diminishing the universality, through PR elections by party lists (coalitions, blocks). First, major concepts and the situation in the field are elucidated (p. 2), then the notion of monotony is formalized (p. 3), after an algorithm to improve known methods, in sense of disproportionality of seats apportionment among parties, is proposed (p. 4) and, at last, some case studies for comparative analysis of these algorithms are described (p. 5).

2. Preliminary considerations

Let: M – number of seats in the elective body; n – number of parties that have reached or exceeded the representation threshold; V – total valid votes cast for the n parties; V_i – total valid votes cast for party i; x_i – number of seats to be allocated to party i. Proportional representation requires equal representation of electors' ce se alocă partidului i. Reprezentarea proporţională presupune reprezentarea egală a drepturilor alegătorilor în organul electiv şi are loc (vezi, de exemplu, [1]), dacă au loc egalităţile

$$m_i = v_i, \; i = \overline{1,n}, \qquad (1)$$

unde $v_i = 100 \cdot V_i/V$ este procentul voturilor acumulate de partidul i, iar $m_i = 100 \cdot x_i/M$ – procentul mandatelor distribuite partidului i. Dar din cauza caracterului „în întregi" al mărimilor V_i şi x_i, respectarea egalităţilor (1), la distribuirea celor M mandate între n partide, de obicei nu reuşeşte. Astfel, în sisteme reale, distribuirea mandatelor între partide poate fi cu abateri de la reprezentarea proporţională. Drept indice de apreciere a abaterii în cauză în [1] este argumentată oportunitatea folosirii Abaterii relative medii I_d:

rights in the elective body and takes place (see, for example, [1]), if equalities

$$m_i = v_i, \; i = \overline{1,n}, \qquad (1)$$

occur, where $v_i = 100 \cdot V_i/V$ is the percentage of votes cast for party i, and $m_i = 100 \cdot x_i/M$ – proportion of seats distributed to party i. But because of the character in integers of values V_i and x_i, compliance with equalities (1), when distributing the M seats among n parties, usually fails. So, in real systems, the distribution of seats among parties may be with deviations from proportional representation. As an index for assessing this deviation, in [1] is argued the opportunity of using the Mean relative deviation I_d:

$$I_d = \sum_{i=1}^{n} |v_i - m_i| = 100 \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{V_i}{V} - \frac{x_i}{M} \right| = 100 \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\Delta V_i}{V} - \frac{\Delta x_i}{M} \right| = \frac{100}{V} \sum_{i=1}^{n} |\Delta V_i - Q \Delta x_i| \text{, \% mandate/seats} \qquad (2)$$

Indicele I_d reprezintă procentul mandatelor prin care distribuirea $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ diferă de cea care ar asigura reprezentarea egală în organul electiv a drepturilor (de valoare $d = M/V$ pentru fiecare) alegătorilor, iar $\Delta V_i = V_i - Qa_i$, $Q = V/M$ (cota-standard) şi $a_i = \lceil dV_i \rceil = \lceil V_i/Q \rceil$, unde $\lceil z \rceil$ semnifică partea „întregilor" numărului z.

În [1] este demonstrat că minimizarea I_d este asigurată de metoda „Celor mai mari resturi cu cota-standard" (metoda Hamilton). Ulterior în [6] este propusă regula generală „voturi-decizie" (VD), care foloseşte divizorul $cu_i + 1$ (unde c este o constantă):

Index I_d represents the percentage of seats by which the distribution $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ differs from the distribution that would ensure equal representation in the elective body of electors' rights (of value $d = M/V$ for each), and $\Delta V_i = V_i - Qa_i$, $Q = V/M$ (standard quota), $a_i = \lceil dV_i \rceil = \lceil V_i/Q \rceil$, where $\lceil z \rceil$ signifies the integer part of z.

In [1] is proved that the minimum of I_d is ensured by Largest average method with standard quota (Hamilton method). After, in [6] is proposed the general rule "votes-seats", which uses the divisor $cu_i + 1$ (where c is a constant):

$$i \succ k \text{, dacă / if } \frac{V_i}{cu_i + 1} > \frac{V_k}{cu_k + 1}, \qquad (3)$$

Cazuri particulare ale regulii (3) sunt regulile d'Hondt (la $c = 1$) şi Sainte-Laguë (la $c = 2$). Tot în [6] este demonstrat că pentru regula (3) poate fi aplicat algoritmul, ce necesită mai puţine calcule decât metodele d'Hondt şi Sainte-Laguë, descris în [1]. Algoritmul generalizat A_1, care realizează atât metoda Hamilton, cât şi cea generală cu divizor conform regulii (3), constă în următoarele:

1. $x_i := a_i = \lceil dV_i \rceil = \lceil V_i/Q \rceil$, $i = \overline{1,n}$. Se determină numărul mandatelor încă nedistribuite $\Delta M := M - (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$. Dacă $\Delta M = 0$, atunci alocarea mandatelor s-a încheiat şi este proporţională.

2. Din cele ΔM încă nedistribuite, se alocă suplimentar:

1) câte un mandat fiecăruia din primele ΔM partide cu valoarea mai mare a resturilor $\Delta V_i = V_i - Qa_i$, la folosirea metodei Hamilton;

2) câte $\Delta x_i > 0$ mandate la primele $K \le \Delta M$ partide cu valoarea mai mare a raporturilor $V_i/[c(a_i + \Delta x_i - 1) + 1]$, la utilizarea metodei generale cu divizor. Reprezentarea obţinută este, totuşi, neproporţională, dar garantează că partidele în pierdere ($m_i < v_i$) pierd, conform pasului 1 al

Particular cases of rule (3) are d'Hondt (at $c = 1$) and Sainte-Laguë (at $c = 2$) rules. Also in [6] is proved that for rule (3) can be applied the algorithm from [1] requiring fewer calculations than d'Hondt and Sainte-Laguë methods. Generalized algorithm A_1, which realizes the Hamilton method and the general divisor method according to rule (3), consists of the following:

1. $x_i := a_i = \lceil dV_i \rceil = \lceil V_i/Q \rceil$, $i = \overline{1,n}$. To determine the number of still undistributed seats $\Delta M := M - (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$. If $\Delta M = 0$, then the distribution of seats ended and is a proportional one.

2. From the ΔM still undistributed seats, are allocated additionally:

1) by one seat to each of the first ΔM parties with the larger value of remainders $\Delta V_i = V_i - Qa_i$, when using Hamilton method;

2) by $\Delta x_i > 0$ seats to the first $K \le \Delta M$ parties with the larger value of ratios $V_i/[c(a_i + \Delta x_i - 1) + 1]$, when using the general divisor method. Obtained representation is, however, disproportionate, but guarantees that losing parties ($m_i < v_i$) lose, according

algoritmului A_1, mai puţin de un mandat, iar partidelor cu exces de mandate ($m_i > v_i$) le pot reveni suplimentar: la folosirea metodei Hamilton – mai puţin de un mandat; a celei generale cu divizor – şi mai mult decât un mandat.

Deşi metoda Hamilton este foarte simplă, aplicarea acesteia poate conduce la efecte nedorite, din cauza încălcării cerinţei de monotonie. Sunt bine cunoscute, în acest sens, paradoxurile [3] (formulările sunt adaptate): Alabama (creşterea numărului total de mandate M conduce la reducerea numărului de mandate x_i ce revin unuia din partide); al Populaţiei (un partid cu o creştere mai mare a numărului de voturi acumulate pierde un mandat în folosul unui partid cu o creştere mai mică a numărului de voturi acumulate); al Noului stat (adăugarea unui nou partid, cu majorarea concomitentă proporţională a numărului total de mandate, conduce la redistribuirea de mandate între celelalte partide).

Totodată, folosirea, la distribuirea mandatelor, a metodelor d'Hondt (Jefferson), Sainte-Laguë (Webster) sau Huntington-Hill [3], poate conduce la o disproporţie semnificativ mai mare decât cea Hamilton. În exemplul din [5], din cele 101 mandate în total, metodele Sainte-Laguë şi d'Hondt atribuie primului partid cu 7 mandate mai mult decât cea Hamilton. De aceea, pentru cazurile în care se consideră obligatorie respectarea cerinţei de monotonie, ar fi oportună folosirea unor metode care ar permite reducerea disproporţiei distribuirii mandatelor comparativ cu metodele larg folosite d'Hondt (Jefferson), Sainte-Laguë (Webster) şi Huntington-Hill.

3. Definirea cerinţei de monotonie

Distribuirea $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ a mandatelor pentru un scrutin concret depinde de parametrii: M; n; V_i, $i = \overline{1,n}$ şi criteriul I_d de minimizare a disproporţionalităţii (2). Pentru sistemele RP, cerinţa de monotonie a algoritmului de distribuire a mandatelor poate fi definită drept asigurarea caracterului nedescrescător al funcţiilor $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, unde [1]

$$D_i = dV_i = MV_i/V,\ i = \overline{1,n} \tag{4}$$

reprezintă drepturile partidului i în organul electiv delegate de cele V_i voturi ale alegătorilor (valoarea sumară a celor V_i voturi), iar $d = M/V$ este valoarea unui vot. Astfel, D_i depinde de mărimile d şi V_i sau, ceea ce este acelaşi lucru, de mărimile M, V_i şi $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$. Totodată, înlocuirea V_i cu CV_i, $i = \overline{1,n}$, unde C = const, este echivalentă, în sensul caracterului nedescrescător al funcţiilor $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, înlocuirii mărimii M cu cea M/C.

Mărimea x_i poate fi calculată conform expresiei [1]

$$x_i = a_i + \Delta x_i, \tag{5}$$

unde $a_i = \lceil D_i \rceil = \lceil dV_i \rceil$ este numărul minim de mandate ce revin partidului i conform metodei Hamilton şi celei generale cu divizor, iar $\Delta x_i \geq 0$ – numărul de voturi

to stage 1 of algorithm A_1, less than one seat, and to parties with seats in excess ($m_i > v_i$) can incumbent additionally: when using Hamilton method – less than one seat; when using the general divisor method – more than one seat, too.

Although the Hamilton method is very simple, its use can lead to undesirable effects because of violations of monotonicity requirement. Are well known, in this respect, paradoxes [3] (formulations are adapted): Alabama (increasing the total number M of seats leads to reducing the number of seats x_i incumbent to one of the parties); of Population (a party with a higher increase in the number of votes cast lose a mandate on behalf of a party with a smaller increase in the number of votes cast); of New state (adding a new party, with concomitant proportional increase in the total number of seats, leads to the redistribution of seats among the other parties).

Also, seats distribution using d'Hondt (Jefferson), Sainte-Laguë (Webster) or Huntington-Hill [3] methods, can lead to a significantly greater disproportion than the Hamilton one. In example described in [5], from the total of 101 seats, Sainte-Laguë and d'Hondt methods assign to the first party by 7 more seats that the Hamilton one. Therefore, for cases when compliance with requirement of monotony is considered mandatory, would be appropriate to use methods that reduce the disproportion of seats distribution compared with widely used d'Hondt (Jefferson), Sainte-Laguë (Webster) and Huntington-Hill methods.

3. Defining the requirement of monotony

Seats distribution $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ for a specific election depends on parameters: M; n; V_i, $i = \overline{1,n}$ and criterion of minimizing the disproportionality I_d (2). For PR systems, the monotony's requirement of seats distribution algorithm can be defined as: to ensure the non decreasing character of functions $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, where [1]

$$D_i = dV_i = MV_i/V,\ i = \overline{1,n} \tag{4}$$

are the rights of party i in the elective body, delegated by the V_i electors' votes (the total value of the V_i votes), and $d = M/V$ is the value of one vote. So, D_i depends on the values d and V_i or, which is the same, on the values M, V_i and $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$. At the same time, replacing V_i whith CV_i, $i = \overline{1,n}$, where C = const, is equivalent, in sense of non decreasing character of functions $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, to replacing value M by the M/C one.

Value x_i can be calculated according to expression [1]

$$x_i = a_i + \Delta x_i, \tag{5}$$

where $a_i = \lceil D_i \rceil = \lceil dV_i \rceil$ is the minimal number of seats that incumbent to party I according to Hamilton and the general divisor methods, and $\Delta x_i \geq 0$ – the number of adiţionale ce ar trebui alocate acestui partid. Din definiţie rezultă caracterul nedescrescător al funcţiei $a_i(D_i)$. Totodată, ţinând cont de relaţia (4), pentru asigurarea caracterului nedescrescător al funcţiei $x_i(D_i)$, este obligatoriu şi caracterul nedescrescător al funcţiilor $\Delta x_i(D_i)$ doar pentru intervalele de valoare constantă a mărimii a_i corespunzătoare; la creşterea a_i cu o unitate, valoarea $\Delta x_i > 0$ poate să scadă cu o unitate.

Se poate demonstra că evitarea paradoxurilor Alabama, al Populaţiei şi cel al Noului stat se încadrează în asigurarea cerinţei de monotonie definite. În acest scop este suficient de demonstrat dependenţa directă dintre creşterea D_i şi creşterea M – pentru paradoxul Alabama; creşterea raportului V_i/V – pentru paradoxul Populaţiei. Existenţa unei asemenea dependenţe între D_i şi M şi, de asemenea, între D_i şi V_i/V rezultă, în mod evident, din (4). În ce priveşte paradoxul Noului stat, este suficient de demonstrat invarianţa $x_i(D_i)$ faţă de adăugarea unui nou partid, $n + 1$, cu aceleaşi drepturi d pentru fiecare din cei V_{n+1} noi alegători:

$$D_{n+1} = dV_{n+1} = x_{n+1} \quad (6)$$

Funcţia $x_{n+1}(D_{n+1}) = D_{n+1}$ este nedescrescătoare, iar relaţiile (6) nu afectează dependenţele $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, ceea ce şi se cerea de demonstrat. Trebuie de remarcat, totodată, că în realitate la adăugarea unui nou partid (stat etc.) este puţin probabil să aibă loc relaţiile (6), adică să se respecte relaţiile $d = M/V = (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1})$. Dacă aceste relaţii nu se satisfac, atunci ar fi rezonabil ca: 1) la $d = M/V < (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1}) = d'$ să aibă loc relaţiile $x_i'(D_i') \geq x_i(D_i), i = \overline{1,n}$, deoarece drepturile alegătorului mediu au crescut de la d la d', mărind astfel şi valorile D_i, $i = \overline{1,n}$ (ar fi un paradox, dacă pentru unele partide ar avea loc relaţia $x_i'(D_i') < x_i(D_i)$); 2) la $d = M/V > (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1}) = d'$ să nu se ceară ca obligatoriu să aibă loc relaţiile $x_i'(D_i') \geq x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, deoarece drepturile alegătorului mediu au scăzut de la d la d', reducând astfel şi valorile D_i, $i = \overline{1,n}$ (nu ar fi un paradox, dacă pentru unele partide ar avea loc relaţia $x_i'(D_i') < x_i(D_i)$). Este uşor de observat că primul din aceste două cazuri se încadrează în asigurarea cerinţei de monotonie definite mai sus, iar al doilea nu prezentă un paradox.

4. Algoritmi de distribuire a mandatelor ce satisfac cerinţa de monotonie

Metoda generală cu divizor. Aplicarea regulii generale cu divizor (3) la distribuirea mandatelor asigură respectarea cerinţei de monotonie definite în

additional votes that would be allocated to this party. The non decreasing character of function $a_i(D_i)$ results from its definition. Also, taking into account relation (4), to ensure the non decreasing character of function $x_i(D_i)$, is mandatory the non decreasing character of functions of $\Delta x_i(D_i)$ too only for intervals of constant value of respective parameters a_i; when increasing a_i by one unit, the value $\Delta x_i > 0$ can also decrease by one unit.

It can be proved that avoiding the Alabama, the Population and the New state paradoxes falls into ensuring the defined monotony requirement. In this aim, it is sufficient to prove the direct dependence between the increase of D_i and: the increase of M – for Alabama paradox; the increase of ratio V_i/V – for Population paradox. The existence of such dependences between D_i and M, and, also, between D_i and V_i/V results, evidently, from (4). Regarding the New state paradox, it is sufficient to prove the invariance of $x_i(D_i)$ when adding a new party, $n + 1$, with the same rights d for each of the V_{n+1} new electors:

$$D_{n+1} = dV_{n+1} = x_{n+1}. \quad (6)$$

Function $x_{n+1}(D_{n+1}) = D_{n+1}$ is non decreasing, and relations (6) do not affect dependencies $x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, just what was required to prove. It should be noted, also, that in fact when adding a new party (state, etc.) is unlikely to take place relations (6), that is unlikely to observe relationships $d = M/V = (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1})$. If these relationsare not satisfied, it would be reasonable: 1) at $d = M/V < (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1}) = d'$ to take place relations $x_i'(D_i') \geq x_i(D_i), i = \overline{1,n}$, because the average voter's rights increased from d to d', thus increasing the values of D_i, $i = \overline{1,n}$ (it would be a paradox if for some parties would take place the relation $x_i'(D_i') < x_i(D_i)$); 2) at $d = M/V > (M + x_{n+1})/(V + V_{n+1}) = d'$, do not necessarily require that take place relations $x_i'(D_i') \geq x_i(D_i)$, $i = \overline{1,n}$, because the average voter rights decreased from d to d', reducing also the values of D_i, $i = \overline{1,n}$ (it would not be a paradox if for some parties would take place the relation $x_i'(D_i') < x_i(D_i)$). It is easy to see that the first of these two cases falls into defined earlier monotony insurance requirement, and the second does not present a paradox.

4. Seats distribution algorithms that satisfy the monotony requirement

General divisor method. Application of the general divisor rule (3) when distributing seats ensures compliance with the defined in p. 3 monotony

p. 3. Într-adevăr, metoda în cauză prevede alocarea, unul câte unul – în creştere, a x_i mandate, $i=\overline{1,n}$ celor n partide în ordinea descreşterii raporturilor $V_i/(cu_i + 1)$, $i=\overline{1,n}$, unde u_i este numărul de mandate deja alocate partidului i. Evident, ordinea alocării mandatelor nu se va modifica, dacă în loc de raporturile $V_i/(cu_i + 1)$, $i=\overline{1,n}$ se vor folosi, în acest scop, raporturile $dV_i/(cu_i + 1) = D_i/(cu_i + 1)$, unde $d = M/V$. Astfel, funcţiile $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$, în cazul aplicării metodei generale cu divizor, inclusiv a metodelor d'Hondt şi Sainte-Laguë, sunt nedescrescătoare, ceea ce şi se cerea de demonstrat.

Algoritmul A_2. Metoda Hamilton, care asigură cea mai mică, în sensul (2), disproporţionalitate a distribuirii mandatelor, prevede $\Delta x_i \le 1$, $i=\overline{1,n}$, pe când cele cu divizor admit şi cazuri în care $\Delta x_i > 1$ (vezi, de exemplu, datele tabelelor 1 şi 2). Aplicând relaţiile $\Delta x_i \le 1$, $i=\overline{1,n}$ pentru distribuirea celor ΔM mandate conform regulii (3) la $u_i = a_i$, adică

requirement. Really, this method provides the allocation, one by one – updards, of x_i seats, $i=\overline{1,n}$ to the n parties in order of decreasing ratios $V_i/(cu_i + 1)$, $i=\overline{1,n}$, where u_i is the number of seats already allocated to party i. Evidently, the order of allocation of seats will not change, if instead of relationships $V_i/(cu_i + 1)$, $i=\overline{1,n}$ will be used, for this purpose, the relationship $dV_i/(cu_i + 1) = D_i/(cu_i + 1)$, where $d = M/V$. So, functions $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$, in case of using the general divisor method, including the d'Hondt and Sainte-Laguë ones, are non decreasing, just what was required to prove.

Algorithm A_2. Hamilton method, which provides the smallest, in sense of (2), disproportionality of seats distribution, states $\Delta x_i \le 1$, $i=\overline{1,n}$, while those with divisor admit also cases in which $\Delta x_i > 1$ (see, for example, data from tables 1 and 2). Applying relations $\Delta x_i \le 1$, $i=\overline{1,n}$, when distributing the ΔM seats according to rule (3) at $u_i = a_i$, namely

$$i \succ k, \text{ dacă / if } \frac{V_i}{ca_i+1} > \frac{V_k}{ca_k+1}, \tag{7}$$

se obţine un algoritm simplu de distribuire a mandatelor, pe care îl vom nota A_2. Algoritmul A_2 include pasul 1 al algoritmului A_1, iar la pasul 2 cele ΔM mandate, rămase nedistribuite după primul pas, se alocă câte unul fiecăruia din primele ΔM partide ,cu valoarea mai mare a raportului $V_i/(ca_i + 1)$, astfel că $\Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = \Delta M$.

Să demonstrăm că algoritmul A_2 satisface cerinţa de monotonie. Într-adevăr, după cum a fost menţionat în p. 3, funcţiile $a_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ sunt nedescrescătoare, iar caracterul nedescrescător al funcţiilor $\Delta x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ este necesar doar pentru intervalele de valoare constantă a mărimilor a_i, $i=\overline{1,n}$ corespunzătoare. Deoarece, în limitele c = const, a_i = const, a_k = const, regula (7) depinde doar de V_i şi V_k, pentru ca funcţia $\Delta x_i(D_i)$ să fie monotonă este necesar şi suficient să fie monotonă funcţia $\Delta x_i(V_i)$. Din (7) se poate uşor observa că funcţiile $\Delta x_i(V_i)$, $i=\overline{1,n}$ sunt nedescrescătoare: creşterea V_i, la valori fixate ale celorlalte variabile, nu va conduce la reducerea Δx_i, deoarece aceasta va spori şansele partidului i (faţă de alte partide) de a obţine încă un mandat.

Algoritmul A_3. Prezintă interes valoarea c, pentru care algoritmul A_2 asigură cea mai mică disproporţionalitate I_d (2). Compararea în [6] a patru metode de distribuire a mandatelor, în baza a cinci studii de caz specifice, a arătat că următoarea după metoda Hamilton, în ceea ce priveşte

is obtaining a simple algorithm for the distribution of seats, which we will note A_2. Algorithm A_2 includes step 1 of algorithm A_1, and in step 2 the ΔM seats, remaining undistributed after the first step, are allocated one by one to each of the first ΔM parties with the higher ratio $V_i/(ca_i + 1)$, so that $\Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = \Delta M$.

Let us prove that algorithm A_2 satisfies the monotony requirement. Really, as mentioned in p. 3, functions $a_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ are non decreasing, and the non decreasing character of functions $\Delta x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ is needed only for intervals of constant value of the respective parameters a_i, $i=\overline{1,n}$. Because, within c = const, a_i = const, a_k = const, the rule (7) depends only on V_i and V_k, for function $\Delta x_i(D_i)$ to be monotone is necessary and sufficient the monotonicity of function $\Delta x_i(V_i)$. From (7) it is easy to see that functions $\Delta x_i(V_i)$, $i=\overline{1,n}$ are non decreasing: the increase of V_i, at fixed values of other variables, will not lead to the decrease of Δx_i, because it will increase the chances of party i (comparing to other parties) to obtain one seat more.

Algorithm A_3. Of interest is the value of c, for which algorithm A_2 ensures the lowest disproportionality I_d (2). Comparison in [6] of four methods of seats distribution basing on five specific case studies, showed that, regarding the disproportionality of seats distribution, the following method after the Hamilton one is the method with the disproporţionalitatea distribuirii mandatelor, este metoda cu divizorul $nu_i + \Delta M$, adică $c = n/\Delta M$. Divizorul $nu_i + \Delta M$ este dependent de scrutin (mărimile n şi ΔM) şi nu convine în cazul dat. Ţinând cont că $\Delta M \in [1; n-1]$, (cazul $\Delta M = 0$ corespunde distribuirii proporţionale) şi considerând repartiţia simetrică a ΔM în intervalul $[1; n - 1]$, are loc $\Delta M \approx [1 + (n - 1)]/2 = n/2$ şi $c \approx 2$. Astfel, din punctul de vedere al minimizării indicelui I_d, folosirea la pasul 2 al algoritmului A_2 a divizorului $2a_i + 1$ (algoritmul A_3) este cuazioptimă, dacă nu chiar optimă.

5. Compararea unor metode monotone de distribuire a mandatelor

Să comparăm, din punctul de vedere al minimizării indicelui I_d (2), următoarele trei metode de distribuire a mandatelor în sistemele RP, cercetate în p. 4: metode ce satisfac cerinţa de monotonie definită în p. 3: d'Hondt, Sainte-Laguë şi algoritmul A_3. Totalizarea rezultatelor pentru cinci exemple de scrutine concrete în [6] a arătat că metoda Sainte-Laguë este mai eficientă, în ansamblu pe aceste exemple, decât cea d'Hondt. De asemenea, în [6] este demonstrat teoretic şi confirmat practic că dacă metoda d'Hondt poate favoriza doar partidele mari (cu mai multe voturi), atunci cea Sainte-Laguë poate favoriza atât partidele mari, cât şi, în funcţie de caz, cele mici. De aici se poate conchide că metoda Sainte-Laguë asigură, în medie, soluţii mai apropiate de echilibru (când nu se favorizează nici partidele mari, nici cele mici comparativ cu metoda Hamilton – optimă în sensul (2)), decât cea d'Hondt.

Evident, algoritmul A_3 conduce la acelaşi rezultat ca şi metoda Sainte-Laguë, dacă $\Delta x_i \le 1$, $i = \overline{1,n}$. Totodată, în cazurile, în care la aplicarea metodei Sainte-Laguë pentru cel puţin un partid are loc relaţia $\Delta x_i > 1$, algoritmul A_3 îmbunătăţeşte soluţia. Într-adevăr, fie că la aplicarea metodei Sainte-Laguë se obţin rezultatele: $\Delta x_1 > 1$; $\Delta x_i = 1$, $i = \overline{2,k}$; $\Delta x_i = 0$, $i = \overline{k+1,n}$. Deci au loc relaţiile:

$$V_1/[2(a_1 + \Delta x_1 - 1) + 1)] > \max_{i=\overline{k+1,n}} V_i/(2a_i + 1),$$

$$\min_{i=\overline{2,k}} V_i/(2a_i + 1) > \max_{i=\overline{k+1,n}} V_i/(2a_i + 1).$$

Expresia (2) pentru acest caz poate fi transformată, ţinând cont că $\Delta V_i < Q$, $i = \overline{1,n}$, în modul următor:

divisor $nu_i + \Delta M$, namely $c = n/\Delta M$. Divisor $nu_i + \Delta M$ is dependent on election (values n and ΔM) and is not appropriate in this case. Taking into account that $\Delta M \in [1; n-1]$ (the case of $\Delta M = 0$ corresponds to proportional distribution) and considering symmetric the repartition of ΔM in the interval $[1; n - 1]$, occurs $\Delta M \approx [1 + (n - 1)]/2 = n/2$ and $c \approx 2$. So, in terms of minimizing the index I_d, the use in step 2 of algorithm A_2 of divisor $2a_i + 1$ (algorithm A_3) is quasi optimal, if not even optimal.

5. Comparison of some monotone methods of seats distribution

Let us compare, in terms of minimizing the index I_d (2), the following three methods of seats distribution in PR systems described in p. 4 – methods that satisfy the monotony requirement defined in p. 3: d'Hondt method, Sainte-Laguë method and algorithm A_3. Totalizing the results for five examples of elections in [6], showed that Sainte-Laguë method is more efficient, together on these examples, than the d'Hondt one. Also, in [6] is theoretically proved and practically confirmed, that when d'Hondt method may favor only large parties (with more votes), the Sainte-Laguë method may favor both large parties and, where appropriate, small parties. From here it can be concluded that Sainte-Laguë method provides, on average, solutions closer to the equilibrium (when they do not favor any big parties or small, comparatively to the Hamilton method – optimal in sense of (2)), than the d'Hondt method.

Evidently, if $\Delta x_i \le 1$, $i = \overline{1,n}$, then algorithm A_3 leads to the same results as the Sainte-Laguë method. At the same time, in cases, in which when using the Sainte-Laguë method for at least one party has held the relationship $\Delta x_i > 1$, algorithm A_3 improves the solution. Really, let when using the Sainte-Laguë method are obtained the results:

$\Delta x_1 > 1$; $\Delta x_i = 1$, $i = \overline{2,k}$; $\Delta x_i = 0$, $i = \overline{k+1,n}$. So, hold the relations:

$$V_1/[2(a_1 + \Delta x_1 - 1) + 1)] > \max_{i=\overline{k+1,n}} V_i/(2a_i + 1),$$

$$\min_{i=\overline{2,k}} V_i/(2a_i + 1) > \max_{i=\overline{k+1,n}} V_i/(2a_i + 1).$$

Expression (2) for this case can be transformed, taking into account that $\Delta V_i < Q$, $i = \overline{1,n}$, as follows:

$$I_d(\mathrm{SL}) = \frac{100}{V}\sum_{i=1}^{n} |\Delta V_i - \Delta x_i Q| = \frac{100}{V}(|\Delta V_1 - \Delta x_1 Q| + \sum_{i=2}^{k} |\Delta V_i - Q| + \sum_{i=k+1}^{n} \Delta V_i) =$$

$$= \frac{100}{V}[(\Delta x_1 Q - \Delta V_1) + \sum_{i=2}^{k}(Q - \Delta V_i) + \sum_{i=k+1}^{n} \Delta V_i].$$

Atunci, la aplicarea algoritmului A_3, se obţin

Then when using algorithm A_3 are obtained the results:

rezultatele: $\Delta x_i = 1$, $i = \overline{1, k + \Delta x_1 - 1}$; $\Delta x_i = 0$, $i = \overline{k + \Delta x_1, n}$. Deci are loc relația $\min\limits_{i=\overline{1,k+\Delta x_1-1}} V_i/(2a_i+1) > \max\limits_{i=\overline{k+\Delta x_1,n}} V_i/(2a_i+1)$, iar expresia (2) pentru acest caz poate fi transformată, ținând cont că $\Delta V_i < Q$, $i = \overline{1,n}$, în modul următor:

$$I_d(\mathrm{A}_3) = \frac{100}{V}\sum_{i=1}^{n}|\Delta V_i - \Delta x_i Q| =$$
$$\frac{100}{V}\{\sum_{i=1}^{k+\Delta x_1=1}|\Delta V_i - Q| + \sum_{i=k+\Delta x_1}^{n}\Delta V_i\} =$$
$$\frac{100}{V}[\sum_{i=1}^{k+\Delta x_1=1}(Q-\Delta V_i) + \sum_{i=k+\Delta x_1}^{n}\Delta V_i].$$

Ca rezultat al unor transformări simple, obținem $I_d(\mathrm{SL}) - I_d(\mathrm{A}_3) = \frac{100}{V}[Q(\Delta x_1 - 1) + \sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(2\Delta V_i - Q)]$ - expresie cu valoare pozitivă, deoarece

$$\sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(2\Delta V_i - Q) > \sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(-Q) = -Q(\Delta x_1 - 1).$$

Deci I_d(SL) > I_d(A_3), ceea ce şi se cerea de demonstrat. Astfel, algoritmul A_3 este mai eficient, în sensul minimizării indicelui I_d, decât metoda Sainte-Laguë.

Rezultatele comparării algoritmului A_3 cu metodele Hamilton, Huntington-Hill, d'Hondt şi Sainte-Laguë pentru cinci scrutine concrete sunt prezentate în tabelele 1 şi 2.

$\Delta x_i = 1$, $i = \overline{1, k + \Delta x_1 - 1}$; $\Delta x_i = 0$, $i = \overline{k + \Delta x_1, n}$. So, takes place the relationship $\min\limits_{i=\overline{1,k+\Delta x_1-1}} V_i/(2a_i+1) > \max\limits_{i=\overline{k+\Delta x_1,n}} V_i/(2a_i+1)$, and expression (2) for this case can be transformed, taking into account that $\Delta V_i < Q$, $i = \overline{1,n}$, as follows:

$$I_d(\mathrm{A}_3) = \frac{100}{V}\sum_{i=1}^{n}|\Delta V_i - \Delta x_i Q| =$$
$$\frac{100}{V}\{\sum_{i=1}^{k+\Delta x_1=1}|\Delta V_i - Q| + \sum_{i=k+\Delta x_1}^{n}\Delta V_i\} =$$
$$\frac{100}{V}[\sum_{i=1}^{k+\Delta x_1=1}(Q-\Delta V_i) + \sum_{i=k+\Delta x_1}^{n}\Delta V_i].$$

As a result of simple transformations, we obtain $I_d(\mathrm{SL}) - I_d(\mathrm{A}_3) = \frac{100}{V}[Q(\Delta x_1 - 1) + \sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(2\Delta V_i - Q)]$ - expression with positive value, because

$$\sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(2\Delta V_i - Q) > \sum_{i=k+1}^{k+\Delta x_1-1}(-Q) = -Q(\Delta x_1 - 1).$$

Then I_d(S.L.) > I_d(A_3), just what was required to prove. So, algorithm A_3 is more efficient than Sainte-Laguë method, in sense of minimizing the index I_d.

Results of comparing algorithm A_3 with Hamilton, Huntington-Hill, d'Hondt and Sainte-Laguë methods for five specific elections are presented in tables 1 and 2.

Tabelul 1./Table 1

Rezultatele aplicării a cinci reguli VD pentru scrutinul/
Results of the application of five VS rules for the election:
$M = 101$; $n = 20$; $V_1 = 8300$; $V_i = 151$, $i = \overline{2,20}$

Ex.	Metoda/ Method	$\Delta x_1 > 1$, $\Delta x_1 < 0$	Favorizare/ Favoring: partide/ parties	Favorizare/ Favoring: x_i, $i = \overline{1,20}$	I_d, %
1	Hamilton	-	-	$x_1 = 75$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 1$, $i = \overline{9,20}$	8,78
	Huntington-Hill	3	mari/ large	$x_1 = 78$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,5}$; $x_i = 1$, $i = \overline{6,20}$	10,68
	d'Hondt	7	mari/ large	$x_1 = 82$; $x_i = 1$, $i = \overline{2,20}$	13,59
	Sainte-Laguë	7	mari/ large	$x_1 = 82$; $x_i = 1$, $i = \overline{2,20}$	13,59
	A_3	-	mari/ large	$x_1 = 76$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,7}$; $x_i = 1$, $i = \overline{8,20}$	9,23

Tabelul 2./ Table 2

Rezultatele aplicării a cinci reguli VD pentru patru scrutine/
Results of the application of five VS rules for four elections:

$n = 10$; $V_1 = 11600$; $V_i = 1000 - i + 2$, $i = \overline{2,10}$

Ex.	*M*	Metoda/ Method	$\Delta x_1 > 1$, $\Delta x_1 < 0$	Favorizare/ Favoring: partide/ parties	Favorizare/ Favoring: x_i, $i = \overline{1,10}$	I_d, %
2	27	Hamilton	-	-	$x_1 = 15$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,4}$; $x_i = 1$, $i = \overline{5,10}$	15,30
		Huntington-Hill	-	mari/ large	$x_1 = 16$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,3}$; $x_i = 1$, $i = \overline{4,10}$	15,89
		d'Hondt	3	mari/ large	$x_1 = 18$; $x_i = 1$, $i = \overline{2,10}$	20,52
		Sainte-Laguë	2	mari/ large	$x_1 = 17$; $x_2 = 2$; $x_i = 1$, $i = \overline{3,10}$	18,20
		A_3	-	mari/ large	$x_1 = 16$; $x_i = 2$, $i = \overline{2,3}$; $x_i = 1$, $i = \overline{4,10}$	15,89
3	101	Hamilton	-	-	$x_1 = 57$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,9}$; $x_{10} = 4$	1,73
		Huntington-Hill	-	mici/ small	$x_1 = 56$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,10}$	1,93
		d'Hondt	2	mari/ large	$x_1 = 58$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 4$, $i = \overline{9,10}$	3,46
		Sainte-Laguë	-	mici/ small	$x_1 = 56$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,10}$	1,93
		A_3	-	mari/ large	$x_1 = 56$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,10}$	1,93
4	77	Hamilton	-	-	$x_1 = 43$; $x_i = 4$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 3$, $i = \overline{9,10}$	4,85
		Huntington-Hill	-2	mici/ small	$x_1 = 41$; $x_i = 4$, $i = \overline{2,10}$	6,33
		d'Hondt	3	mari/ large	$x_1 = 46$; $x_i = 4$, $i = \overline{2,5}$; $x_i = 3$, $i = \overline{6,10}$	9,34
		Sainte-Laguë	-	-	$x_1 = 43$; $x_i = 4$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 3$, $i = \overline{9,10}$	4,85
		A_3	-	-	$x_1 = 43$; $x_i = 4$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 3$, $i = \overline{9,10}$	4,85
5	98	Hamilton	-	-	$x_1 = 55$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 4$, $i = \overline{9,10}$	3,55
		Huntington-Hill	-2	mici/ small	$x_1 = 53$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,10}$	4,66
		d'Hondt	3	mari/ large	$x_1 = 58$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,5}$; $x_i = 4$, $i = \overline{6,10}$	7,52
		Sainte-Laguë	-	-	$x_1 = 55$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 4$, $i = \overline{9,10}$	3,55
		A_3	-	-	$x_1 = 55$; $x_i = 5$, $i = \overline{2,8}$; $x_i = 4$, $i = \overline{9,10}$	3,55

Datele tabelelor 1 şi 2 arată posibilitatea favorizării de către metodele Huntington-Hill, Sainte-Laguë şi algoritmul A_3 atât a partidelor mari, cât şi, în anumite cazuri, a partidelor mici. Mai mult ca atât, în exemplele 3, 4 şi 5, pe când metoda d'Hondt favorizează partidele mari, metodele Huntington-Hill, Sainte-Laguë şi algoritmul A_3 favorizează partidele mici. Metoda Huntington-Hill, mai puternic decât cea Sainte-Laguë, poate favoriza partidele mici.

De asemenea, rezultatele distribuirii mandatelor conform metodelor d'Hondt, Sainte-Laguë şi Huntington-Hill pot să difere considerabil de cele obținute conform metodei Hamilton. În cazul exemplului 1, partidului 1 i se distribuie, conform

Data from tables 1 and 2 show the possibility of Huntington-Hill, Sainte-Laguë and algorithm A_3 methods to favor both large parties and, where appropriate, small. Moreover, in examples 3, 4 and 5, when d'Hondt method favors large parties, Huntington-Hill, Sainte-Laguë and algorithm A_3 methods favor small parties. Huntington-Hill method stronger than the Sainte-Laguë one may favor small parties.

Also, results of seats distribution according to d'Hondt, Sainte-Laguë and Huntington-Hill methods may differ considerably from those obtained by Hamilton method. In case of example 1, to party 1 were distributed according to d'Hondt and Sainte-Laguë methods by seven seats more, and according to metodelor d'Hondt şi Sainte-Laguë, şapte mandate, iar conform metodei Huntington-Hill – cu trei mandate mai mult decât la aplicarea metodei Hamilton. Pentru comparaţie, metoda Hamilton şi algoritmul A_3 garantează că fiecărui partid i se va distribui un număr de mandate care se va deosebi de a_i cu mai puţin de un mandat ($0 \leq \Delta x_i \leq 1$).

Totodată, dacă metodele Hamilton, d'Hondt, Sainte-Laguë şi algoritmul A_3 garantează că fiecărui partid i se vor distribui, cel puţin, a_i mandate ($\Delta x_i \geq 0$), atunci metoda Huntington-Hill nu garantează acest minimum ordinar – aplicarea metodei respective poate conduce chiar la defavorizarea partidelor mari cu mai mult de un mandat ($\Delta x_i < 1$); vezi, bunăoară, exemplele 4 şi 5 din tabelul 2, în care $\Delta x_1 = -2$.

Valoarea medie a criteriului I_d pe cele 5 scrutine din tabelele 1 şi 2 constituie: la metoda Hamilton – 6,84%, la algoritmul A_3 – 7,09%, la metoda Huntington-Hill – 7,90%, la metoda Sainte-Laguë – 8,42% şi la metoda d'Hondt – 10,89%. Din cele patru metode ce satisfac cerinţa de monotonie, cel mai apropiat de metoda Hamilton, cu o diferenţă de doar 0,25%, este algoritmul A_3, după care urmează metoda Huntington-Hill cu o diferenţă de 1,06%, apoi metoda Sainte-Laguë şi, în sfârşit, – cea d'Hondt. Bineînţeles, exemplele din tabelul 1 nu sunt suficiente pentru caracterizarea generală a metodelor în cauză după criteriul I_d. Prin aceste exemple s-a urmărit, în primul rând, identificarea unor situaţii specifice, dar foarte importante pentru caracterizarea metodelor cercetate.

6. Concluzii

În scopul cercetării metodelor de distribuire a mandatelor în sisteme RP, este formalizată cerinţa de monotonie precum asigurarea caracterului nedescrescător al funcţiilor $x_i(D_i)$, $i = \overline{1, n}$, fiind demonstrat, totodată, că cele trei paradoxuri larg cunoscute – Alabama, al Populaţiei şi cel al Noului stat – se încadrează în această definiţie. Este demonstrat, de asemenea, că metoda generală cu divizor asigură respectarea cerinţei de monotonie. Este propus algoritmul A_2 de distribuire a mandatelor în sisteme RP şi este demonstrat că acesta satisface cerinţa de monotonie.

În baza datelor privind cinci scrutine concrete, algoritmul A_3 – caz particular al celui A_2 – este comparat cu alţi trei algoritmi ce satisfac cerinţa de monotonie şi anume: Huntington-Hill, Sainte-Laguë şi d'Hondt. Dacă metoda d'Hondt poate favoriza doar partidele mari, atunci metodele Huntington-Hill, Sainte-Laguë şi algoritmul A_3 pot favoriza atât partidele mari, cât şi, în anumite cazuri, partidele mici. Mai mult ca atât, pentru metodele d'Hondt, Sainte-Laguë şi Huntington-Hill poate fi $\Delta x_i > 1$, iar pentru ultima chiar şi $\Delta x_i < 0$, toate aceste metode încălcând „regula cotei" (quota rule: $0 \leq \Delta x_i \leq 1$), pe când algoritmul A_3 nu încalcă această regulă. De asemenea,

Huntington-Hill method by three seats more, than when using the Hamilton method. For comparison, the Hamilton method and algorithm A_3 guarantee that to each party it will be distributed a number of seats that will differ from a_i by less than one seat ($0 \leq \Delta x_i \leq 1$).

At the same time, if Hamilton, d'Hondt, Sainte-Laguë and algorithm A_3 methods guarantee that to each party it will be distributed at least a_i seats ($\Delta x_i \geq 0$), than the Huntington-Hill method dols not guarantee this ordinary minimum – using the Huntington-Hill method may lead even to disfavoring large parties by more than one seat ($\Delta x_i < 1$): see examples 4 and 5 from table 2, in which $\Delta x_1 = -2$.

The average value of criterion I_d on the five elections from tables 1 and 2 is: when using Hamilton method – 6,84%, when using algorithm A_3 – 7,09%, when using Huntington-Hill method – 7,90%, when using Sainte-Laguë method – 8,42% and when using d'Hondt method – 10,89%. Form the four methods, that satisfy the monotony requirement, the nearest to the Hamilton method, with the difference of only 0,25%, is algorithm A_3, followed by Huntington-Hill method with the difference of 1,06%, after the Sainte-Laguë method and, at last, – the d'Hondt one. Of course, examples from table 1 are not sufficient for the general characterization of these methods by criterion I_d. By these examples were followed, first, the identification of some specific situations, but very important ones for the characterization of the investigated methods.

6. Conclusions

In order to investigate the methods of seats distribution in PR systems, it is formalized the requirement of monotony: to ensure the non decreasing character of functions $x_i(D_i)$, $i = \overline{1, n}$, being proved, at the same time, that the three well known paradoxes – Alabama paradox, of Population paradox and New state paradox, fall within this definition. It is proved, also, that the general divisor method ensures compliance with the monotony requirement. The algorithm A_2 of seats distribution in PR systems is proposed and the satisfying by them of monotony requirement is proved.

Basing on data regarding five specific elections, algorithm A_3 – a particular case of the A_2 one, was compared with three other algorithms that satisfy the monotony requirement, namely: Huntington-Hill, Sainte-Laguë and d'Hondt methods. If d'Hondt method may favor only large parties, than Huntington-Hill, Sainte-Laguë and algorithm A_3 methods may favor both large parties and, when appropriate, small ones. Moreover, for the d'Hondt, Sainte-Laguë and Huntington-Hill methods can be $\Delta x_i > 1$, and for the last one even $\Delta x_i < 0$, all these methods violating the „quota rule" ($0 \leq \Delta x_i \leq 1$), when algorithm A_3 does not violate this rule. Also, by criterion of Mean relative după criteriul Abaterii medii relative I_d, din cele patru metode ce satisfac cerinţa de monotonie, cel mai apropiat de metoda Hamilton cu o diferenţă de doar 0,25%, este algoritmul A_3, după care urmează metoda Huntington-Hill cu o diferenţă de 1,06%, apoi metoda Sainte-Laguë şi, în sfârşit – cea d'Hondt.

deviation I_d, from the four methods that satisfy the monotony requirement, the nearest to Hamilton method, with a difference of only 0,25%, is algorithm A_3, followed by Huntington-Hill method with a difference of 1,06%, after Sainte-Laguë method and, at last, – the d'Hondt one.

Referinţe/References

1. Bolun I. *Seats allocation in party-list election*// Economica, nr.2(76)/2011. Chişinău: Editura ASEM.
2. Gallagher M. *Proportionality, Disproportionality and Electoral Systems* // Electoral Studies (1991), 10:1, p.33-51.
3. Tannenbaum P. *Excursions in Modern Mathematics*, Seventh Edition. Pearson, 2008, 704 p.
4. Robinson F. The Alabama Paradox. Teaching Mathematics and its Applications, 1982, vol. 1, Issue 2, p.69-72.
5. Bolun I. *Algorithmization of optimal allocation of seats in PR systems*// Economica, nr.3(77)/2011. Chişinău: Editura ASEM.
6. Bolun I. *Disproporţionalitatea unor reguli "voturi-decizie" în sisteme RP* // ASEM: 20 de ani de ascensiune. Chişinău: Editura ASEM, 2011.

ROLUL INFORMAŢIEI ÎN FUNCŢIONAREA PIEŢEI VALORILOR MOBILIARE

Conf. univ. dr. Victoria LUPU;
Conf. univ. dr. Dorina HARCENCO,
ASEM

Era informaţională determină schimbarea opticii în aprecierea coraportului de forţă a principalelor resurse, accentul fiind pus pe informaţie ca principalul instrument de obţinere a capacităţii de dezvoltare şi de creştere economică, inclusiv pe piaţa de capital; astfel cei ce deţin informaţia actualizată au avantaj net, prin urmare beneficiind de posibilităţi sporite de atragere a capitalului, precum şi de obţinere a unei rentabilităţi superioare pe piaţa valorilor mobiliare şi, implicit, de minimizare a riscurilor aferente investiţiilor pe aceste pieţe.

Cuvinte-cheie: *informaţie, piaţa valorilor mobiliare, eră informaţională, categorii de informaţii, informaţii financiare.*

Actuala etapă de dezvoltare a civilizaţiei umane este caracterizată de trecerea de la o societate industrializată la o societate informaţională. Informaţia devine resursa fundamentală a societăţii şi este folosită intensiv în toate sferele activităţii şi existenţei umane, ceea ce are un mare impact economic şi social.

Societatea informaţională permite accesul larg la informaţie pentru toţi membrii săi.

Este posibilă o informare globală în ceea ce

THE ROLE OF INFORMATION IN THE FUNCTIONING OF SECURITIES MARKET

Assoc. Prof. PhD Victoria LUPU;
Assoc. Prof. PhD Dorina HARCENCO,
AESM

The Informational era was determined by the change of the optics in the assessment of power ratio of main resources, focusing on information as the main tool for achieving capacity development and economic growth, including capital market, as those who have updated and inside information have a net advantage, therefore benefit from increased opportunities to attract capital and to obtain a higher return on the securities market and thus minimizing the risks associated with investments in these markets.

Key-words: *Information, securities market, information era, categories of information, financial information.*

The current stage of development of human civilization is characterized by the transition from an industrialized society to an informational society. Information is a basic resource of the society and it is used intensively in all spheres of human activity and existence, thus having a great economic and social impact.

Information society allows wide access to information to all its members. It is possible a global informatization regarding socio-economic aspects, and this fact leads to an increased social cohesion.