

# METODĂ DE IDENTIFICARE A MODELELOR OBIECTULUI DE REGLARE CU ELEMENTE IDENTICE CU ÎNTÂRZIERE ȘI TIMP MORT DUPĂ RĂSPUNSUL PROCESULUI

Bartolomeu IZVOREANU, Irina COJUHARI, Ion FIODOROV, Dumitru MORARU

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Abstract:** În lucrare se propune un algoritm grafo-analitic de identificare a modelului matematic cu elemente identice cu întârziere și timp mort de aproximare al procesului industrial după răspunsul experimental al procesului la semnal de tip treaptă aplicat la intrare. Procedura de calcul al modelului de aproximare al obiectului de reglare se bazează pe modelul de ordinul doi cu întârziere și timp mort, care s-a determinat după curba experimentală a procesului. Elementul cu inerția mai mică din structura modelului se substituie cu elemente identice, astfel având posibilitatea de a ridica ordinul modelului aproximativ al obiectului de reglare. Structura modelului obținut are ordinul mai ridicat, dar care își păstrează proprietățile modelului inițial, de ordinul doi, determinat după răspunsul la semnal treaptă. Pentru verificarea rezultatelor obținute se examinează un exemplu și se efectuează simularea pe calculator.

**Cuvinte cheie:** Curba experimentală a procesului, metode de identificare, modele matematice ale obiectului de reglare cu elemente identice cu întârziere, funcția de transfer, parametrii modelului obiectului de reglare, simulare pe calculator.

## 1. Introducere

La automatizarea diverselor procese industriale este necesar de a determina modelele matematice (MM) atașate acestor procese. Pentru obținerea MM ale proceselor industriale se aplică două clase de metode: analitice și analitice-experimentale sau identificare analitică și experimentală [1-4].

*Metodele analitice* de identificare aplică legile fizicii, mecanicii, electrotehnicii etc. care exprimă fenomenele ce descriu transferul intrare-ieșire a unui proces industrial și, în rezultat, se obține un cortegiu de ecuații integro-diferențiale de bilanț și de materie aferente proceselor studiate, care mai mult sau mai puțin complicate și a cărui aplicare nemijlocită este dificilă de utilizat pentru sinteza legilor de conducere cu procesul.

*Metodele experimentale* reprezintă proceduri de determinare a proprietăților caracteristice procesului studiat, în baza unui experiment orientat spre obținerea unui MM neparametric și efectuat sau derulat simultan cu înregistrarea transferului intrare-ieșire a procesului. În acest caz asupra procesului se aplică semnale de intrare și se înregistrează evoluția ieșirii procesului, obținându-se curbe experimentale în domeniul timpului sau frecvență și prelucrând aceste curbe se obțin reprezentări sistemice de MM parametrice în forma ecuațiilor diferențiale, funcții de transfer sau funcții frecvențiale cu coeficienții cunoscuți.

Aceste modele de cunoaștere a proprietăților procesului relativ mai simple (de ordin redus – ordin unu, ordin doi cu sau fără timp mort) permit facilități pentru simularea dinamicii procesului și au o largă utilizare în practica automatizării diverselor procese industriale. În aceste cazuri modelul determinat de aproximare al procesului se presupune că, în jurul unui punct de funcționare normală a procesului, mici variații ale intrării în proces vor genera de asemenea mici variații ale ieșirii procesului, ceea ce prezintă un model dinamic liniar, care se descrie sub forma ecuației diferențiale sau funcției de transfer.

La etapa actuală de dezvoltare a automatizării există mai multe metode de identificare a modelului matematic de aproximare al obiectului de reglare după alura curbei răspunsului procesului industrial la semnal treaptă, care permit cu precizie ridicată de identificat diferite structuri de modele de obiecte cu diferite proprietăți de un ordin mai redus sau mai ridicat.

În aceste scopuri sunt elaborate metode și pachete de programe de prelucrare a datelor experimentale ridicate în domeniul timpului sau frecvență pentru procesul industrial și, în rezultat, se identifică structuri de modele de obiecte de reglare cu diferite proprietăți de un ordin mai redus sau mai ridicat cu sau fără timp mort [1-4]. Un pachet larg utilizat pentru identificarea modelului matematic al obiectului de reglare după răspunsul experimental al procesului la semnal treaptă este pachetul MATLAB. Aplicarea metodelor de identificare, existente pentru determinarea modelului obiectului de reglare, utilizează operații de transformări grafice și calcule, care sunt dificile.

Pentru depășirea acestor dificultăți în lucrare se propune o metodă simplă și cu un volum redus de calcule de determinare a modelului de aproximare al obiectului de reglare după răspunsul tranzitoriu experimental al procesului la semnal treaptă.

În continuare se dă curba experimentală tranzitorie a procesului studiat și se formulează problema de obținut modelul matematic de aproximare al obiectului de reglare cu elemente identice cu întârziere de ordinul  $n = 2, 3$  cu sau fără timp mort.

## 2. Algoritm de calcul al modelului procesului studiat

Pentru a determina modelul matematic de aproximare al procesului industrial se utilizează două proceduri posibile. Prima metodă se bazează pe răspunsul procesului industrial la semnal treaptă unitară. Metoda a doua pornește de la modelul cunoscut al procesului dat de funcția de transfer cu întârziere de ordinul unu sau doi cu sau fără timp mort.

Admitem că este cunoscut răspunsul experimental al procesului la semnal treaptă și este dat în figura 1.

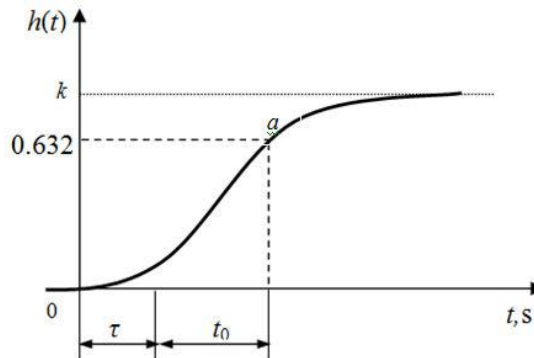


Fig. 1. Răspunsul procesului industrial.

Pentru curba din fig. 1 se calculează valorile numerice:

1. Valoarea lui  $h(t_2)$  la nivelul  $0,632k$  și timpul  $t_2$  (punctul  $a$  pe curbă), care se prezintă

$$t_2 = \tau + t_0 = \tau + T, \quad (1)$$

unde  $T$  este constanta de timp a modelului aproximativ de ordinul unu, iar  $\tau$  - valoarea timpului mort total

$$\tau = \tau_p + \tau_t, \quad (2)$$

unde  $\tau_p$  este timpul mort pur, iar  $\tau_t$  - timpul tranzitoriu, care se determină ca segmentul de timp pentru care valoarea lui  $h(t_t) = 0,05 \dots 0,1$  din valoarea staționară a ieșirii  $y_{st}$ .

Modelul de aproximare a procesului cu model de ordinul unu cu timp mort se descrie cu f.d.t.

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0 s + 1} = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts + 1}. \quad (3)$$

2. Se calculează valorile constantelor de timp pentru modelul de aproximare de ordinul doi cu timp mort al obiectului adoptând raportul constantelor de timp [1, 5, 6]:

$$T_1/T_2 = 0,5, T_2 = 0,64t_0 = 0,64T, \quad T_1 = 0,5T_2 = 0,5 \cdot 0,64t_0 = 0,32t_0 = 0,32T. \quad (4)$$

În rezultatul calculelor conform algoritmului propus modelul matematic de aproximare de ordinul doi cu timp mort al obiectului se dă de f.d.t.:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} = \frac{ke^{-\tau s}}{0,2048T^2 s^2 + 0,96Ts + 1}, \quad (5)$$

Parametrii modelelor (3) și (5)  $k$ ,  $\tau$  și  $T$  se determină după alura experimentală a procesului.

Se formulează problema ca de la modelul matematic de aproximare al obiectului de reglare (5) de obținut modele cu elemente identice cu întârziere cu sau fără timp mort date în forma funcțiilor de transfer

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_2 s + 1)\left(\frac{T_1}{n} s + 1\right)^n} = \frac{ke^{-\tau s}}{(0,64Ts + 1)\left(\frac{0,32T}{n} s + 1\right)^n}, \quad (6)$$

unde  $n = 2, 3$  este numărul de elemente identice în model.

Aceste modele pot fi utilizate pentru sinteza algoritmilor de reglare. În cazul când este cunoscut modelul obiectului de reglare cu întârziere de ordinul unu cu sau fără timp mort, atunci se calculează modelul obiectului

cu întârziere de ordinul doi și modelul obiectului cu elemente identice cu ordinul  $n = 2, 3$  aplicând relațiile (4) - (6), iar parametrii  $k, \tau$  sunt aceiași ca și la modelul obiectului de reglare de ordinul unu (3).

Dacă este cunoscut modelul obiectului de ordinul doi și este necesar de determinat modelul de ordinul unu utilizăm relațiile (4) și obținem relația de calcul a constantei de timp:

$$T = t_0 = \frac{T_1}{0,32} = \frac{T_2}{0,64}, \quad (7)$$

iar parametrii  $k, \tau$  sunt aceiași ca și la modelul obiectului de reglare de ordinul doi.

### 3. Calcule de modele și simulare pe calculator

Pentru verificarea modelelor construite după relația (6) se analizează exemplul de calcul.

*Exemplul 1.* Pentru a obține curba experimentală a procesului admitem că este dată funcția de transfer a modelului obiectului cu întârziere de ordinul trei ca original cu parametrii cunoscuți:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{1,7e^{-15s}}{(20s+1)(10s+1)(5s+1)},$$

care se simulează pe calculator și curba procesului tranzitoriu ca răspuns la semnal treaptă unitară se dă în fig. 2, a.

Se cere de determinat modelele matematice de aproximare ale obiectului de reglare de ordinul unu și doi cu timp mort, cu elemente identice cu întârziere de ordinul  $n = 2, 3$  cu timp mort ale procesului prezentate în forma f.d.t. Aplicăm algoritmul propus și calculăm  $h(t_2) = 0,632k = 0,632 \cdot 1,7 = 1,0744$ , determinăm după curbă valoarea timpului  $t_2 = 52,19$  s.

Se determină constanta de timp pentru modelul de ordinul unu  $T = t_2 - \tau = 52,19 - 15 = 37,19$  s. Modelele approximate ale obiectului de reglare se calculează pentru timpul mort pur  $\tau = 15$  și  $k, T$  cu  $n = 2, 3$  sunt date în tabelul 1, rândul unu și coloanele 1, 2, 3:

$$T_2 = 0,64T = 0,64 \cdot 37,19 = 23,8016 \text{ s}, \quad T_1 = 0,32T = 0,32 \cdot 37,19 = 11,9008 \text{ s}, \\ a_0 = 0,2048T^2 = 0,2048 \cdot 37,19^2 = 283,2581 \text{ s}^2, \quad a_1 = 0,96T = 0,96 \cdot 37,19 = 35,7024 \text{ s}, \quad a_2 = 1.$$

Se determină timpul mort pur  $\tau_p = 15$  s, iar timpul tranzitoriu  $\tau_t$  se calculează pentru două valori ale regimului staționar  $0,05y_{st}$  și  $0,1y_{st}$  și se determină constanta de timp pentru modelul de ordinul unu  $T_{01}$ :

$$1) h(t_1) = 0,05y_{st}: \tau_1 = \tau_p + \tau_{t1} = 21,79, \quad \tau_{t1} = 21,79 - 15 = 6,79 \text{ s}; \\ t_{01} = t_2 - \tau_1 = 52,19 - 21,79 = 30,4 = T_{01}.$$

Se calculează constantele de timp ale modelelor approximate ale obiectului de reglare pentru cazul  $\tau_1$ ,  $k, T_{01}$ , iar modelele calculate pentru ordinul doi și cu elemente identice cu  $n = 2, 3$  sunt date în tabelul 1, rândul doi și coloanele 1, 2, 3:

$$T_2 = 0,64T = 0,64 \cdot 30,4 = 19,456 \text{ s}, \quad T_1 = 0,32T = 0,32 \cdot 30,4 = 9,728 \text{ s}; \\ a_0 = 0,2048T^2 = 0,2048 \cdot 30,4^2 = 189,268 \text{ s}^2, \quad a_1 = 0,96T = 0,96 \cdot 30,4 = 29,184 \text{ s}, \quad a_2 = 1.$$

$$2) h(t_2) = 0,1y_{st}: \tau_2 = \tau_p + \tau_{t2} = 24,11, \quad \tau_{t2} = 24,11 - 15 = 9,11 \text{ s}, \\ t_{02} = t_2 - \tau_2 = 52,19 - 24,11 = 28,08 = T_{02}.$$

Se calculează constantele de timp ale modelelor approximate ale obiectului de reglare pentru cazul  $\tau_2$ ,  $k, T_{02}$ , iar modelele calculate pentru ordinul doi și cu elemente identice cu  $n = 2, 3$  sunt date în tabelul 1, rândul trei și coloanele 1, 2, 3:

$$T_2 = 0,64t_0 = 0,64 \cdot 28,08 = 17,9712 \text{ s}, \quad T_1 = 0,32t_0 = 0,32 \cdot 28,08 = 8,9856 \text{ s}; \\ a_0 = 0,2048T^2 = 0,2048 \cdot 28,08^2 = 161,482 \text{ s}^2, \quad a_1 = 0,96T = 0,96 \cdot 28,08 = 26,9568 \text{ s}, \quad a_2 = 1.$$

Modelele matematice de aproximare ale obiectului de reglare din tabelul 1 s-au simulat pe calculator în pachetul de programe MATLAB și procesele tranzitorii ale modelelor sunt date în fig. 2, b, c, d, iar numerotarea curbelor este conform tabelului: 1-1, 1-2, 1-3, 2-1, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 3-3 și 1 - curba originală.

Pentru a obține modelele matematice de aproximare ale obiectului de reglare de ordinul unu, doi și cu elemente identice fără timp mort în expresiile respective (3), (5) și (6) se anulează timpul mort  $\tau = 0$ .

Din analiza curbelor proceselor tranzitorii ale modelului original și modelelor approximate se constată că modelele approximate păstrează proprietățile modelului original.

Tabelul 1. Modele approximate ale obiectului de reglare.

Tip model	Model ordin 1	Model ordin 2 (1)	Model ordin 3 (2)	Model ordin 4 (3)
Cu $\tau$ (1)	$\frac{1,7e^{-15s}}{37,19s + 1}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(23,802s + 1)(11,901s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(23,802s + 1)(5,9505s + 1)^2}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(23,802s + 1)(3,967s + 1)^3}$
Cu $\tau_1$ (2)	$\frac{1,7e^{-21,79s}}{30,4s + 1}$	$\frac{1,7e^{21,79s}}{(19,456s + 1)(9,728s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(19,456s + 1)(4,864s + 1)^2}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(19,456s + 1)(3,243s + 1)^3}$
Cu $\tau_2$ (3)	$\frac{1,7e^{-24,11s}}{28,08s + 1}$	$\frac{1,7e^{24,11s}}{(17,9712s + 1)(8,9856s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-24,11s}}{(17,9712s + 1)(4,4928s + 1)^2}$	$\frac{1,7e^{-24,11s}}{(17,9712s + 1)(4,4928s + 1)^3}$

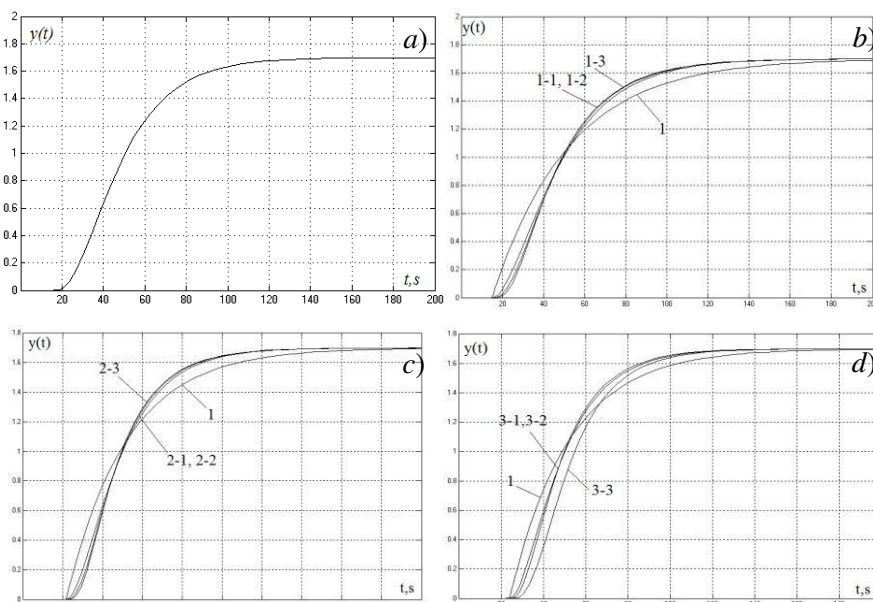


Fig. 2. Procesele tranzitorii ale modelului original și modelele approximate.

#### 4. Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

- În urma unor construcții grafice pe alura răspunsului se determină valoarea nivelului  $h(t_2) = 0,632k$  și valoarea timpului  $t_2$  și prin calcule analitice elementare se determină modelul matematic de aproximare al obiectului de reglare cu inerție de ordinul unu și doi al procesului.
- S-a propus o metodă de determinare a modelelor matematice de aproximare ale obiectului de reglare cu elemente identice de ordinul doi și trei cu sau fără timp mort în baza modelului de ordinul doi.
- Simulările pe calculator a modelelor construite confirmă valabilitatea metodei. Procesele tranzitorii ale modelelor de aproximare au o dispersie foarte mică în raport cu curba originală.

#### Bibliografie

1. Лукас, В. А. *Теория автоматического управления*. Москва: Недра, 1990. 416 с.
2. Preitl, Ș.; Precup, R.E. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Editura Politehnica, 2001. 334 p.
3. Popescu, D., Ionescu, F., Dobrescu, R., Ștefănoiu, D. *Modelare în ingineria proceselor industriale*. București: Editura AGIR, 2011. 185 p.
4. Ștefănoiu, D., Culița, J., Stoica, P. *Fundamentele modelării și identificării sistemelor*. București: Editura Printech, 2005. 316 p.
5. Izvoeanu, B., Fiodorov, I., Cojuhari, Irina, Moraru, D., Potlog, M. *Analiza metodelor de aproximare a modelului obiectului cu inerție și timp mort*. În: *Materialele Conferinței Tehnico-Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților a U.T.M.*, 18 noiembrie 2016, Chișinău: Editura „Tehnica-UTM”, 2016.
6. Izvoeanu, B., Potlog, M., Cojuhari, Irina, Fiodorov, I., Moraru, D. *Metodă de indentificare a modelului obiectului de reglare de ordinul unu și doi după răspunsul experimental al procesului*. În: *The Proceedings of the 9th International Conference of Microelectronics and Computer Science*, October 19-21 2017, Chișinău, p. 206-209. ISBN 978-9975-4264-8-0.