



Digitally signed by  
Library TUM  
Reason: I attest to the  
accuracy and integrity  
of this document

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI**

**ION GORIUC**

**PROBLEME ȘI EXERCITII LA ANALIZA  
MATEMATICĂ**

**Chișinău  
2015**

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI**

**Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială  
și Transporturi  
Departamentul Matematică**

**Ion Goriuc**

**PROBLEME ȘI EXERCIIȚII LA ANALIZA  
MATEMATICĂ**

**Chișinău  
Editura „Tehnica-UTM”  
2015**

**CZU 517(076.5)**

**G 70**

Cartea de față prezintă o culegere de probleme și exerciții la analiza matematică, care este predată studenților tuturor facultăților UTM precum și ai altor universități. Majoritatea exercițiilor și problemelor sunt prezentate cu răspunsuri. Materialul cărții conține toate punctele programei cursului respectiv și va fi de folos în procesul didactic la matematica superioară.

Autor: conf. univ., dr. Ion Goriuc

Recenzent: conf. univ., dr. Iurie Baltag

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII

**Goriuc, Ion.**

Probleme și exerciții la analiza matematică / Ion Goriuc;  
Univ. Tehn. a Moldovei, Fac. Inginerie Mecanică, Industrială și  
Transporturi, Dep. Matematică.– Chișinău : Tehnica-UTM,  
2015 – 139 p.

75 ex.

ISBN 978-9975-45-398-1:  
517(076.5)  
G 70

**ISBN 978-9975-45-398-1.**

© UTM, 2015

## PREFAȚĂ

Acest buchet de probleme și exerciții din analiza matematică a fost cules din activitatea autorului în diverse instituții superioare de învățământ din orașul Moscova și din Republica Moldova, în care autorul a avut onoarea a practica matematica.

Unele din problemele și exercițiile propuse nu mai corespund programului actual de matematică superioară din instituțiile noastre superioare. Sper să le amintesc cititorilor despre diversele ramuri ale matematicii și despre multitudinea domeniilor aplicate.

Autorul

## CUPRINS

<b>I. Funcții de mai multe variabile</b> .....	6
1.1. Domeniu de definiție. Puncte de discontinuitate .....	6
1.2. Derivate parțiale de ordinul 1 .....	7
1.3. Diferențiala totală a funcțiilor de mai multe variabile .....	10
1.4. Derivatele funcției compuse. Derivatele funcțiilor implicite .....	13
1.5. Derivate și diferențiale de ordin superior .....	15
1.6. Extremele funcțiilor de mai multe variabile .....	17
1.7. Ecuația planului tangent și al normalei la o suprafață .....	19
1.8. Interpolare. Formule empirice. Aproximația formulelor de aproximare a funcției .....	21
<b>II. Funcții vectoriale de argument scalar</b> .....	24
2.1. Derivata funcției vectoriale.....	24
2.2. Curbe spațiale. Triedrul lui Frenet.....	25
2.3. Curbura și torsiunea unei curbe strâmbe.....	27
<b>III. Ecuații diferențiale</b> .....	28
3.1. Noțiuni fundamentale. Ecuațiile diferențiale ale unor familii de curbe plane .....	28
3.2. Ecuații diferențiale de ordinul 1 cu variabile separabile .....	29
3.3. Ecuații omogene de ordinul 1 .....	34
3.4. Traiectorii ortogonale .....	36
3.5. Ecuații liniare de ordinul 1. Ecuații Bernoulli .....	36
3.6. Ecuații diferențiale în diferențiale totale. Factor integrant .....	40
3.7. Exemple diverse.....	40
3.8. Cîmp de direcții. Metoda lui Euler de rezolvare aproximativă a ecuațiilor diferențiale de ordinul I.....	42

3.9. Condițiile de existență a soluției ecuației $y' = f(x, y)$ . Soluții singulare. Ecuațiile lui Clairaut și Lagrange.....	43
3.10. Ecuații de ordin superior, care admit coborîrea ordinului.....	44
3.11. Ecuații diferențiale liniare omogene cu coeficienți Constanți.....	45
3.12. Ecuații diferențiale neomogene cu coeficienți Constanți.....	48
3.13. Sisteme de ecuații liniare cu coeficienți constanți.....	51

#### **IV. Integrale multiple. Integrale curbilinii. Integrale de**

<b>Suprafață</b> .....	53
4.1. Calculul integralei duble.....	53
4.2. Integrala dublă în coordonate polare .....	57
4.3. Unele aplicații ale integralei duble în geometrie și mecanică .....	59
4.4. Integrala triplă și aplicațiile acesteia.....	66
4.5. Integrale curbilinii.....	72
4.6. Integrale de suprafață.....	75

#### **V. Serii**.....

5.1. Însurarea seriilor numerice.....	78
5.2. Criteriile de convergență ale seriilor numerice.....	79
5.3. Serii funcționale .....	83
5.4. Serii de putere. Serii Taylor și Maclaurin.....	85
5.5. Aplicarea seriilor în calculul aproximativ .....	90
5.6. Serii trigonometrice .....	92
Răspunsuri .....	96