DESPRE GEOMETRIA ORNAMENTAL – ARTISTICĂ CUCUTENIANĂ NAŞTEREA ŞI APARIŢIA GEOMETRIILOR

Lorin Cantemir, prof. dr. ing. membru ASTR,
Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi" Iaşi
Constantin Ion Bărbânţă , drd. Ing., RMR. Paşcani
Elena Cantemir, Iaşi
Constantin Antonovici, prof. gr. I Piatra Neamţ
Ştefan Andrei, prof. gr. I Buhuşi, Bacău.

Abstract: *This paper presents the genesis and evolution of geometry [as a necessity of the civilisation that reached a certain level of progress], inspired by nature and used for a better understanding of it. The paper starts with a summary of the Euclidian geometry and introduces the concept of Cucuteni artistic-decorative geometry, concept exemplified in a series of expressive images. The paper continues with a multidisciplinary analysis of the Cucuteni culture and civilisation, highlighting the exceptional virtues of their creators. We have used the combinatorics mathematical theory to analyse the Cucuteni decorative geometry.*

Într-o încercare de a stabili apariţia şi evoluţia geometriei s-ar putea face următoarele observaţii:

Matematica, la fel ca geometria, a apărut ca o necesitate a societăţii ajunsă la un anumit nivel de dezvoltare - atât numeric, cât şi material - etapă care solicită organizare, inventariere şi evidenţă. Aceste activităţi nu se pot efectua fără a folosi noţiunile de *număr* şi *cantitate*. Să mai subliniem că *numărul, cifra* sau *cifrele* reprezintă diverse tipuri de *esenţe*, unice sau repetabile, ceea ce ne permite să evaluăm cantitatea, adică „*mai mult*" sau „*mai puţin*" sau „de loc".

Toate aceste câştiguri – realizări ale omenirii - au apărut în zonele unde civilizaţia era mai avansată: Babilonul şi Egiptul. De aici, a ajuns la greci, unde a găsit un teren material şi genetic de mare calitate. Să amintim de Thales, Heraclit, Empedocle, Pitagora şi mulţi alţii. În acest context, să subliniem că şcoala pitagoreică a făcut o descoperire matematică fundamentală: *cea a numerelor iraţionale*. Tot lor le datorăm înţelegerea importanţei *cercului* şi a *sferei* în astronomie. În esenţă, pitagoreicii au introdus în ştiinţă *practica*: posibilitatea de a opera cu mărimi fizice prin reducerea lor la măsură şi număr, o metodă generală care a oferit un mijloc permanent de înţelegere şi stăpânire a naturii. Pentru matematică, Şcoala lui Pitagora a stabilit *metoda demonstraţiei* pe calea raţionamentului deductiv, pornind de la *postulate*. Aceasta reprezintă cel mai puternic mijloc de generalizare a experienţei, deoarece transformă un număr de cazuri într-o *teoremă.* Reamintim că postulatul este un adevăr fundamental ce se admite fără demonstraţie.

1. Geometria intră în atenţia grecilor

După descoperirea numerelor iraţionale, matematicienii greci au neglijat numerele şi şi-au îndreptat atenţia către studierea liniilor şi suprafeţelor, domeniu unde nu se regăseau dificultăţile logice existente la studierea numerelor. Ca urmare, s-a dezvoltat *geometria măsurătorilor,* ceea ce reprezintă cel mai mare aport al grecilor în ştiinţă, depăşind astfel matematica babiloneană, care se limita mai mult la domeniile aritmeticii şi algebrei.

Printre campionii geometriei vom aminti pe Hipocrate din Chios (470 - 410 î.H.), primul care a scris un manual sistematic de geometrie şi care s-a preocupat de cuadratura cercului şi dublarea cubului, precum şi pe Eudoxus de Cnidus (405 – 355 î.H.), considerat cel mai mare dintre matematicienii greci.

Să mai resubliniem faptul că geometria este o componentă a matematicii.

2. Geometria şi evoluţia civilizaţiei

Chiar dacă preocupări din domeniul geometriei se pot regăsi şi în alte spaţii geografice din afară şi anterior Eladei, cum ar fi Babilonul şi Egiptul, grecii, prin multitudinea şi valoarea aportului adus acestei ştiinţe, pot fi consideraţi creatorii de necontestat ai Geometriei. Să întărim afirmaţia noastră amintind doar de faimoşii Thales şi Pitagora. Mai precizăm că, însuşi cuvântul *geometrie*, preluat de civilizaţie, este de sorginte greacă, iar în traducere înseamnă *măsurarea pământului* - cunoaşterea lui, ca o componentă esenţială a evoluţiei şi civilizaţiei. La rândul ei, nici geometria nu a apărut spontan, ci a evoluat, de la o stare primitivă, confuză şi amalgamată, cu aspecte şi elemente decorativ – artistice, la o geometrie filtrată, sublimată, a esenţelor reprezentată de linii – drepte sau curbe – care pot merge spre infinit, dar se şi pot întoarce la originea lor, pentru a delimita, astfel, diversele tipuri de suprafeţe ,mai organizate sau aleatorii. De altfel, mai evident sau mai disimulat, toate elementele cu care operăm astăzi în geometrie se regăsesc în natura înconjurătoare, care i-a servit omului foarte multe exemple preluate de el, pe măsura capacităţilor sale intelectuale de observare şi înţelegerii esenţei şi utilităţii acestora. Astfel, din noianul de linii geometrice, cea mai pură, neperturbată şi esenţială este linia dreaptă, „cărămida” construcţiilor geometrice şi, prin definiţie, drumul cel mai scurt între două puncte. În istoria civilizaţiei primele manifestări grafice ale omului reprezintă linii mai mult sau mai puţin drepte, de o lungime limitată, utilizate ca ornamentaţie sau simbolistică. Faptul că la începuturile creaţiilor grafice umane nu prea găsim linii drepte, credem că este şi rezultatul lipsei de îndemânare, a exerciţiului şi instrumentelor, în pofida exemplelor naturale şi la îndemână, cum ar fi: trestia, papura, ramurile de alun, bradul, plopul. Ajunşi în acest punct, vom considera că forma primitivă şi incipientă a geometriei poate fi denumită *GEOMETRIA NATURII.*

Este de crezut că această bază a oferit şi oferă exemple nelimitate pentru umanitatea în dezvoltare, care, pe o anumită treaptă de evoluţie, a simţit necesitatea de a se exprima grafic şi, în acelaşi timp, de a fi înconjurată, însoţită de aceste realizări grafice, pentru diverse şi greu decelabile motive. Astfel, dacă în primele manifestări grafice**,** *desenele rupestre,* nu regăsim reprezentate elemente de geometrie, într-o etapă ulterioară, apar desene simple ornamental – artistice în care linia simplă singulară sau multiplă, de obicei scurtă, este des folosită. Odată ce această tehnică a reprezentării grafice a fost înţeleasă, ea a fost folosită diversificat, prin înlănţuirea şi încrucişarea liniilor şi gruparea lor diferit – aleatorie.

Toate aceste manifestări rezultă probabil din nevoia omului de a-şi exprima o stare emoţională, combinată cu dorinţa de unicitate sau de inconfundabilitate.

Această geometrie decorativ – artistică o regăsim în creaţiile populare, în portul tradiţional, în sculpturile în lemn, în încondeierea ouălelor, în diverse tipuri de scriere pictografică şi alfabetică, în olărit –inclusiv cel cucutenian – şi chiar în tatuaje, ca element de înfrumuseţare sau de identificare a apartenenţei tribale.

Pentru a încheia, să precizăm cronologic următoarea mare geometrie: ***Geometria elenistică – matematizată*** *sau* ***geometria euclidiană.***

Fără nici un dubiu, ea a izvorât din necesităţile dezvoltării civilizaţiei şi i-a ajutat pe oameni să-şi materializeze mai bine aspiraţiile pentru o viaţă mai bună. În acest scop, filozofii şi învăţaţii greci au desfăşurat o intensă activitate intelectuală în renumitele lor *academii.* Cunoştinţele deja dobândite de umanitate, materializate prin elementele geometriei ornamentale: *linia dreaptă sau frântă şi punctul de plecare sau sosire* au reprezentat „uneltele" gândirii geometrice, gândire care a suferit şi ea o evoluţie firească, necesară, de la simplu la mai complicat. Autorii consideră că, într-o primă etapă, gândirea geometrică era o gândire de percepere a distanţelor, exprimate prin sintagmele : *aici, acolo, de aici, până acolo, mai aproape, mai departe, etc.,* toate aceste noţiuni putând fi vizualizate printr-o *linie* care poate reprezenta simplu şi clar *o distanţă, un drum, un traseu, un hotar,* etc. Astăzi, putem defini cu simplitate această geometrie ca *GEOMETRIA MONOAXIALĂ.*

Atunci când necesităţile umane au cerut-o, la apariţia câmpurilor cultivate sau în cazul diverselor construcţii: ziduri de apărare, turnuri, piramide, temple, case şi alte edificii, s-a născut conceptul de suprafaţă, care a obligat apariţia noţiunilor de *lungime* şi *lăţime*, apărând astfel *GEOMETRIA PLANĂ* sau *GEOMETRIA. BIAXIALĂ*


Marele Euclid - părintele geometriei.

Ultimul pas l-a constituit necesitatea şi percepţia celei de a treia dimensiuni: *înălţimea,* astfel apărând *GEOMETRIA SPAŢIALĂ sau GEOMETRIA TRIDIMENSIONALĂ.*

Să mai precizăm că oricare ar fi geometria la care ne vom referi, zona de elaborare şi înţelegere a ei este situată în creierul uman, iar, ulterior, este vizualizată, scoasă *„în afară*". În acest scop sunt folosite *punctele, liniile drepte sau frânte, curbele deschise sau închise a căror rol este de a contura, delimita, preciza şi esenţializa noţiunile folosite.*

Geometria lui Euclid (apox.325 – 265 î. H.) expusă în renumita lucrare *„ELEMENTE"* a reprezentat şi reprezintă încă baza predării geometriei de mai bine de 2000 de ani. Pentru a vedea modul ordonat şi riguros în care şi-a prezentat elementele geometrice cunoscute până atunci, redăm facsimilul unei pagini din "*Elemente*".

În partea dreaptă a ei se pot distinge cu claritate elementele grafice ale geometriei, într-o succesiune evolutivă, care are ca punct de plecare *linia dreaptă, punctul, dreptunghiul, unghiul ascuţit, unghiul drept, unghiul obtuz, cercul şi*

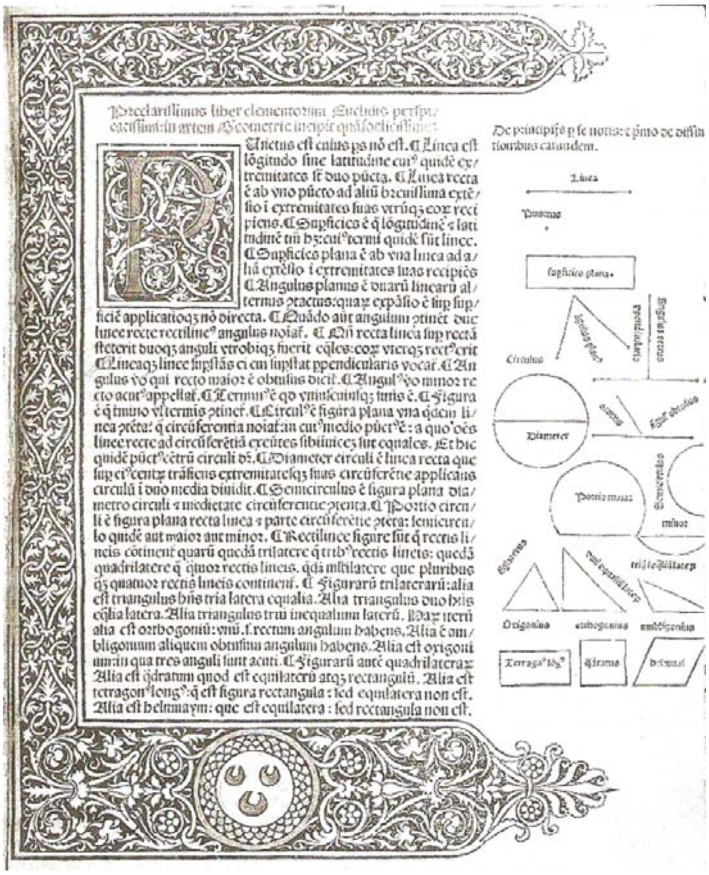

Fig. 1. *Pagină din „Elementele” de Euclid.*

diametrul său, semicercul, segmente de cerc, tipuri de triunghiuri şi tipuri de patrulatere: dreptunghiul, pătratul, rombul.

Se înțelege că toate aceste elemente grafice nu puteau fi realizate precis fără instrumentele specifice necesare: *rigla şi compasul.*

Nu se cunosc informații privind creatorul şi utilizatorul sistematic al acestor două instrumente pe care le folosim cu succes şi astăzi. Tradiția susține că acest lucru se datorează lui Platon. Evident că instrumentele au permis construirea unor figuri geometrice cu arie egală cu a altor figuri geometrice, de exemplu: un pătrat cu aria egală cu a unui triunghi. Din acest moment, au apărut tot felul de provocări, cum ar fi construcția unui pătrat cu suprafața egala cu a unui cerc, *folosind numai rigla şi compasul!*

Să mai precizăm că geometria avea un mare avantaj față de matematică şi posibilitățile sale. Întregul edificiu al Geometriei Euclidiene s-a construit pe un ansamblu de *leme, corolare, teoreme şi demonstrații,* care foloseşte doar patru noțiuni fundamentale: *punctul, dreapta, planul şi spațiul* şi care se bazează pe următoarele *cinci postulate enunțate de Euclid în cartea sa:*

- Prin oricare două puncte neconfundate trece o dreaptă şi numai una;
- Orice segment de dreaptă poate fi extins la infinit sub forma unei drepte;
- Dat fiind un segment de dreaptă, se poate construi un cerc cu centrul la unul din capetele segmentului şi care are segmentul drept rază;
- Toate unghiurile drepte sunt congruente;.
- Dacă dreapta ce cade pe două drepte, formează unghiurile interioare şi de aceeaşi parte mai mici decât două unghiuri drepte, prelungite la infinit se vor întâlni de acea parte în care unghiurile sunt mai mici decât două unghiuri drepte.

În geometria euclidiană, trei puncte ne*coliniare* determină un *plan* şi numai unul, iar patru puncte ne*coplanare* determină un *spaţiu.*

3. Comentarii

Primele două postulate afirmă că prin orice punct se poate duce o linie dreaptă, dar, precizează că, *prin două puncte distincte se poate duce numai o singură dreaptă,* (afirmaţie preluată de aproape toate axiomatizările ulterioare), respectiv, că *un segment de dreaptă se poate prelungi in mod continuu în linie dreaptă până la infinit,* afirmaţie (ipoteză) care anticipează transformările geometrice (mişcarea de translaţie), preluate în 1872 de Felix Klein în *Programul de la Erlangen* (*Erlanger Program*), care a propus o nouă soluţie la problema cum să se clasifice şi să se caracterizare *geometriile*.

Al treilea postulat ne completează transformările specificate anterior cu mişcarea de rotaţie *(din orice centru şi cu orice rază se poate descrie un cerc),* realizând, în acelaşi timp, şi modul de obţinere în plan a unei figuri perfecte: cercul. În etapa actuală, acesta se completează cu interiorul său, formând *discul*, căruia i se poate calcula şi aria, nu numai lungimea unui arc, iar în spaţiu, sferei i se adaugă şi interiorul său, obţinându-se corpul numit *bilă*, căruia i se poate calcula şi volumul, nu numai aria. Astfel de confuzii între cerc şi disc sau între sferă şi bilă, mai există încă la diferite nivele de învăţământ. Regretabil este faptul că la examenele naţionale din ultimii ani, inclusiv la bacalaureatul din anul curent, se mai propun subiecte în care se cere aria unui triunghi (nu a unei suprafeţe triunghiulare), aria unui cerc (nu a unui disc) sau volumul unei sfere (nu a unei bile), etc. Considerăm că pentru însuşirea noţiunilor matematice, acestea trebuie introduse corect şi treptat la nivelul de înţelegere a fiecărei vârste şcolare, pentru ca la terminarea unei ciclu de învăţământ, absolvenţii să *utilizeze conştient şi precis noţiunile studiate.*

Aceste postulate, şi în mod deosebit al treilea, anticipează construcţiile clasice cu rigla si compasul, construcţii care i-au preocupat pe matematicieni (şi numai pe ei) decenii de-a rândul.

Al patrulea postulat, enunţă condiţia de congruenţă a tuturor unghiurilor drepte, propoziţie care în prezent nu mai este considerată postulat, ci se demonstrează.

Ultimul postulat afirmă, în formă modificată, că *două drepte tăiate de o secantă se întâlnesc de acea parte a secantei pentru care suma unghiurilor interne de aceeaşi parte e mai mică decât suma a două unghiuri drepte* . El a căpătat denumirea de *postulatul paralelelor* si, după mărturia lui Aristotel, se încercase încă demonstraţia lui – sau a altuia echivalent – cu o sută de ani înaintea lui Euclid.

Importanţa acestuia, probabil că a fost evidentă şi pentru Euclid, deoarece primele 28 de propoziţii pe care le prezintă în carte, pot fi demonstrate şi fără el.

Încercările făcute de-a lungul a două milenii de a demonstra acest postulat au dus la un pas foarte mare în înţelegerea a ceea ce este matematica.

Anumite proprietăţi ale geometriei plane sunt echivalente cu această axiomă, adică pot fi demonstrate într-un sistem în care ea este valabilă, iar dacă una dintre aceste proprietăţi este presupusă ca axiomă a unui sistem, atunci în acel sistem este valabilă axioma lui Euclid. Cea mai cunoscută formulare echivalentă este a *lui John*

*Playfair: Printr-un punct exterior unei drepte trece exact o paralelă la dreapta dată.*Este posibil ca Euclid să nu fi ales această exprimare pentru că nu specifică şi cum se construieşte dreapta paralelă cu cea dată, ori, la grecii antici, un obiect (geometric) nu putea să existe dacă nu se specifica şi o metodă de a-l construi.

Datorită importanţei pe care prezintă în matematică acest postulat, în decursul evoluţiei sale, s-au enunţat multe propoziţii echivalente cu el. Prezentăm câteva dintre ele:
- *Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este 180°;*
- *Există un triunghi a cărui sumă a măsurilor unghiurilor sale este 180°;*
- *Orice triunghi poate fi circumscris;*
- *Dacă trei unghiuri ale unui patrulater sunt drepte, al patrulea este, de asemenea, drept;*
- *Există un patrulater cu toate unghiurile drepte;*
- *Două drepte paralele cu o a treia sunt paralele între ele;*
- *Oricare ar fi două drepte paralele, o dreaptă care intersectează una dintre ele o intersectează şi pe a doua;*
- *Într-un triunghi dreptunghic suma pătratelor lungimilor catetelor este egală cu pătratul lungimii ipotenuzei (Teorema lui Pitagora).* Aceste enunţuri par evidente, şi multe aşa-zise demonstraţii ale axiomei lui Euclid le-au folosit în mod eronat. Totuşi, acelea care folosesc conceptul de paralelism nu mai sunt atât de evidente, dacă se face diferenţa între cele trei definiţii folosite în mod obişnuit pentru paralelism: *distanţă constantă, lipsa unui punct de intersecţie a dreptelor sau unghiuri congruente la intersecţia cu o a treia dreaptă* - de fapt chiar echivalenţa acestor afirmaţii cu axioma lui Euclid.

Negarea acestei afirmaţii a dus la multiple discuţii şi contradicţii timp de mai multe secole. În mod evident, doar două posibilităţi sunt valabile: ori printr-un punct exterior unei drepte există mai multe paralele, ori niciuna! Discuţiile au durat până în secolul al XIX-lea, când mai mulţi matematicieni, care lucrau independent, au explorat posibilitatea respingerii postulatului lui Euclid despre dreptele paralele.

4. Geometrii neeuclidiene

Primul care şi-a făcut cunoscut rezultatul a fost *Ianoş Bolyai* (1802 – 1860) la data de 3 octombrie 1823, printr-o scrisoare trimisă tatălui său, profesor de matematică la Târgu-Mureş, iar primul care a făcut cunoscută în 1826 descoperirea sa în faţa unui for ştiinţific (Societatea de Matematică din Kazan), a fost *Nikolai Lobacevski* (1792 – 1856). Tot el a publicat aceasta în 1829, în revista ştiinţifică a Universităţii din Kazan, sub titlul *Geometrie imaginară*. Ianos Bolyai şi-a publicat rezultatele, prima dată sub o formă prescurtată, cu titlul *Ştiinţa spaţiului absolut* în 1831, la Târgu-Mureş, iar a doua oară, le-a publicat în extenso, în limba latină, cu titlul *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens* (Anexa, expunere adevărată a ştiinţei spaţiului absolut), ca un apendix la o carte de matematică a tatălui său, Farcaş Bolyai.

Un alt matematician celebru al timpului, rămas unul din cei mai valoroşi din istoria matematicii, *Carl Friedrich Gauss* (1777 – 1855), care a dat şi el aceeaşi soluţie problemei postulatului V, ca ceilalţi doi, nu a publicat nimic de frica beoţienilor (proştilor). Concluzionând evenimentele, *Ianoş Bolyai şi Nikolai Lobacevski* înlocuiesc ca ipoteză axioma lui Euclid cu negaţia sa, *printr-un punct dat se pot duce cel puţin două drepte paralele la o dreaptă dată* şi elaborează o nouă teorie matematică, o nouă geometrie, *o primă geometrie neeuclidiană*, diferită în multe privinţe de cea euclidiană. Unele dintre teoremele acestei noi geometrii contrazic intuiţia noastră spaţială, dar ele sunt tot atât de adevărate ca şi teoremele geometriei euclidiene, ipotezele care stau la baza lor nefiind aceleaşi. Astfel, în noua geometrie avem, printre altele, următoarele rezultate:

- *oricare ar fi o dreaptă şi oricare ar fi un punct ce nu aparţine dreptei respective, punctul aparţine la o infinitate de drepte care nu intersectează dreapta dată;*
- *suma unghiurilor oricărui triunghi este mai mică decât suma a două unghiuri drepte;*
- *există puncte în interiorul unui unghi ascuţit care nu aparţin la nici o dreaptă ce intersectează ambele laturi ale unghiului;*
- *locul geometric al punctelor egal depărtate de o dreaptă nu este o dreaptă ci o nouă curbă denumită echidistantă;*
- *curba ce intersectează ortogonal toate dreptele paralele între ele nu este o dreaptă ci o curbă denumită oriciclu;*
- *există triunghiuri ale căror mediatoare nu sunt concurente, deci triunghiuri care nu sunt inscriptibile (teorema lui Farkaş Bolyai);*
- *nu există triunghiuri asemenea (două triunghiuri ce au unghiurile respectiv congruente sunt congruente)*

S-a demonstrat că geometriile neeuclidiene sunt necontradictorii, construindu-se şi modele în spaţiul euclidian pe care le verifică. După cum afirmă profesorul universitar Dan I. Papuc, de la Facultatea de Matematică a Universităţii de Vest din Timişoara, cu prilejul sărbătoririi a două evenimente importante: împlinirea a 175 de ani de la atestarea realizării primei geometrii neeuclidiene şi dezvelirea unui bust al autorului acestei realizări, Ianoş Bolyai, într-un atrium al Universităţii de Vest din Timişoara, construirea primei geometrii neeuclidiene a clarificat cinci probleme esenţiale:

1) *A fost rezolvată natura postulatului V,* demonstrând că acesta nu este o teoremă;

2) *A fost stabilită o metodă generală de cercetare a independenţei unei axiome aparţinând unui sistem de axiome dat*. Eliminând postulatul V din sistemul de axiome dat de Euclid, se obţine structura denumită de Ianoş Bolyai *Planul absolut, Geometria Planului absolut fiind partea comună a Geometriei Euclidiene şi a Geometriei lui Lobacevski-Bolyai,* adică este sistemul de teoreme ce poate fi demonstrat utilizând doar cele 5 axiome şi cele 4 postulate, fără postulatul V. Presupunând că acest postulat este adevărat se obţine structura matematică denumită astăzi *Planul euclidian.* Înlocuindu-l, în sistemul de axiome dat de Euclid, cu negaţia sa, se obţine structura matematică denumită *Planul Lobacevski-Bolyai.*

3) *A fost elaborată o primă geometrie neeuclidiană, Geometria lui Lobacevski-Bolyai* a cărui aplicabilitate practică s-a verificat în 1905, de către *Albert Einstein*

(1879-1955) care a elaborat Teoria relativității restrânse și a constatat imediat că, geometria spațiului vitezelor mai mici decât viteza luminii, este exact Geometria lui Lobacevski-Bolyai în 3 dimensiuni..Tot el a propus, în modelarea matematică a spațiului fizic înlocuirea spațiului absolut și a timpului absolut (independente de observator, concepte newtonniene atât de naturale), cu *spațiul evenimentelor, spațiu modelat matematic de spațiul Minkowski cu 4 dimensiuni.*

4) *A constituit începutul eliberării creației în domeniul Matematicii de orice idee preconcepută, de orice dogmă,* deoarece până la Bolyai și Lobacevski se considera că matematicianul nu are dreptul să inventeze axiome. Era o idee preconcepută, bazată pe bunul simț, o regulă devenită implacabilă, considerându-se că ea asigură aplicabilitatea rezultatelor matematice, deci importanța socială a acestei științe. Ei au marcat, prin noua geometrie, începutul eliberării gândirii matematice de orice încătușare. Rezultatul a fost uimitor. *Două decenii mai târziu, Bernhard Riemann (1826-1866) definea o nouă geometrie neeuclidiană, geometria unei sfere cu punctele diametral opuse identificate.* Tot cam atunci, Geometria proiectivă înceta a fi un capitol al Geometriei euclidiene, ea devenind o teorie matematică elaborată prin studiul unui nou spațiu geometric (definit și el axiomatic**),** *Spațiul proiectiv în care o dreaptă nu împarte un plan ce o conține în două regiuni (semiplane) distincte; două drepte ce se intersectează nu împart planul ce le conține în patru regiuni distincte ci doar în două, etc.*

Datorită lucrărilor lui Niels Henrik Abel (1802-1829 și Evariste Galois (1811-1823**)** *au fost definite și studiate grupurile, care în 1872 au fost implicate în definirea geometriilor,* care acum erau multe, cu ajutorul lor propunându-se o sistematizare în acest domeniu (Programul de la Erlangen

5). *Libertatea gândirii matematice a trecut în fizică , rezultatul final fiind știința secolului al XX-lea, cu marele ei realizări.* Creearea acestor geometrii neeuclidiene a dovedit faptul că în mod logic sunt posibile mai multe sisteme geometrice, cu aplicații concrete, exemplul cel mai plauzibil fiind că geometria neeuclidienă este folosită pentru formularea *teoriei generalizate a relativității*.

Ca orice proces al cunoașterii umane, începutul este caracterizat de elemente simple, care sunt repetate și diversificate, aranjate și combinate, pe scurt, supuse unei *tehnologii de activitate intelectuală* dintr-o pornire rațional-pragmatic mai greu de justificat. Să mai precizăm că *geometria elenistică matematizată a fost precedată de o geometrie decorativă* cu certe funcții artistice, care, posibil să fi avut și funcții de identitate-apartenență de grup sau chiar ierarhii sociale.

5. Geometria decorativ-artistică cucuteniană

În cadrul civilizației cucuteniene a fost elaborată, intuitiv printr-o mare capacitate intelectuală și artistică, *o geometrie ornamentalo-decorativ-artistică,* folosind elementele grafice, pe care, ulterior, le-a folosit geometria euclidiană: *liniile drepte, segmentate, încrucișate, prelungite, zig-zagate, dublate, înseriate, crenelate, spiralate ori combinate ulterior cu diverse curbe* a căror varietate și originalitate nu am găsit-o menționată în *geometria euclidiană*, dovedind că, din punct de vedere al varietății cea euclidiană este mai săracă. Pentru a susține această afirmație, vom prezenta, în cele ce urmează, exemple de grafică cucuteniană, deja comentate.

Dorim să subliniem că exemplele de mai sus, folosind doar linii drepte, nu epuizează capacitatea imaginativă şi combinatorică cucuteniană. Vrem să remarcăm în grafica prezentată existenţa dreptelor paralele, a triunghiurilor, a “V”-urilor înlănţuite, a haşurilor, etc. În cele ce urmează vom da exemple referitoare la grafica geometrică, ce utilizează liniile curbe, deschise sau închise. Printre acestea remarcăm *cercul, semicercul, ovalul, S-ul, spirala înlănţuită* ş.a.

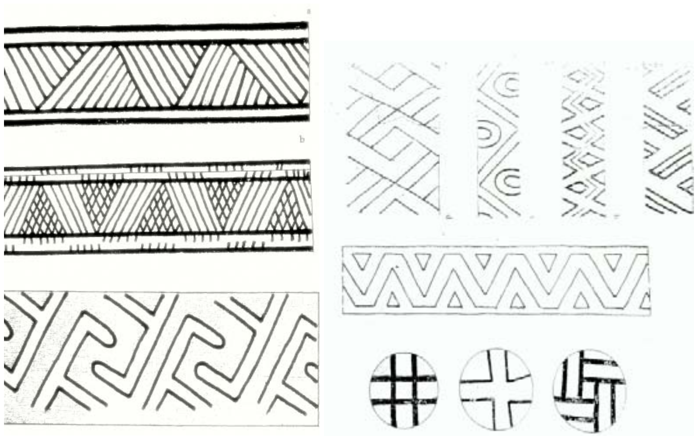

Fig. 2.

Referitor la *capacitatea creativ-artistică a cucutenienilor*, ţinem să subliniem faptul că exemplele de grafică decorativ-artistică au fost preluate din lucrarea *“ARTA CULTURII CUCUTENI”,* apărută în Editura Meridiane, Bucureşti sub semnătura d-lui Vladimir Dumitrescu, operă remarcabilă, ce face parte din patrimoniul naţional, dar care reprezintă şi evidenţiază alte puncte de vedere fără tangenţă cu geometria, pe care autorii o consideră ca o expresie a acestei ramuri a matematicii cu valenţe creativ-artistice specifice populaţiei cucuteniene.

Fig. 3

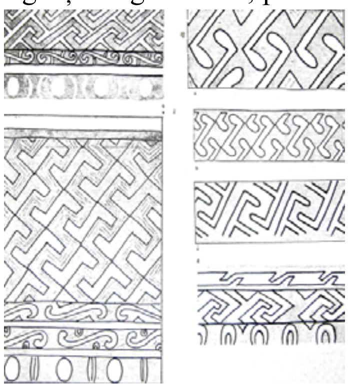

Fig. 4

Pentru a fi mai expliciţi, autorii au împărţit *reprezentările artistice şi decorativ-geometrice în trei grupe distincte: prima a avut la bază şi utilizează doar liniile drepte (fig. 2), a doua conţine reprezentări grafice care folosesc diverse variante de linii curbe (fig. 3), iar în a treia sunt incluse reprezentările grafice realizate prin îmbinarea ingenioasă a liniilor drepte cu liniile curbe (fig. 4).*

6. Unele consideraţii şi concluzii

Analiza creaţiei grafico-decorativă a cucutenienilor nu este un demers simplu şi facil, întrucât *ar trebui să aibă un caracter multidisciplinar.*

Autorii consideră că indiferent de criteriile care vor sta la baza unei analize şi prezentări ulterioare, rezultă ca evidentă următoarea percepţie: *creatorii culturii şi artei cucuteniene posedau o deosebită şi uimitoare capacitate intelectuală, nativ-intuitivă dublată de un deosebit simţ şi necesitate a frumosului–original, şi au folosit sintagma "capacitate intelectuală nativ-intuitivă"* ceea ce vrea să spună că inteligenţa cucutenienilor nu a fost formată, pregătită, antrenată în şcoli, cum s-a întâmplat în marea Eladă. Nu există indicii că în comunităţile cucuteniene existau şcoli de tipul *"Academiilor"* elene. Probabil, în lipsa acestora, cunoştinţele acumulate se transmiteau direct, de la generaţie la generaţie. Ne gândim la diverse forme de *şezători, clăci*, etc, preţioase cu atât mai mult cu cât, în timpul acestora, se efectuau şi anumite activităţi tradiţionale, diversificate şi inovative, adevărate *"Academii mobile"*.

Mai mult, majoritatea matematicienilor şi filozofilor greci erau oameni înstăriţi, pentru care munceau numeroşi sclavi, ceea ce nu este cazul la cucutenieni.

Să mai subliniem că între perioada de definire a culturii cucuteniene şi pleiada de filozofi, matematicieni şi învăţaţi greci s-au interpus cca. 3200 de ani. Reamintim că civilizaţia greacă a fost influenţată şi a preluat din realizările Babilonului, Egiptului şi fenicienilor, în timp ce *cucutenienii,* probabil, *au fost influenţaţi de "civilizaţia" locuitorilor stepelor. Remarcăm şi că urmele civilizaţiei cucuteniene se regăsesc pe o suprafaţă de cca. 350.000 km pătraţi, ajungând până la Tripolie în Ucraina, pe Bug, probând, astfel, puterea şi atracţia civilizaţiei cucuteniene.* Este de subliniat că, ceea ce se ştie despre această civilizaţie, constă în *efectele ei, aflate la vedere.* Considerăm că sunt multe alte aspecte care scapă analizei vizuale, printre acestea aflându-se, în mod sigur, *capacitatea de a inova,* folosind tehnici de creaţie intelectuală. Astfel, apelând la matematică, mai ales la noţiunile de *submulţime şi mulţime ordonată, acestea pot cuprinde totalitatea reprezentărilor grafice care folosesc acelaşi tip de simboluri: punctul, linia dreaptă sau curbă în diverse combinaţii.* Vom constata cu surprindere că aceşti cucutenieni neşcoliţi foloseau cu uşurinţă *ca metode de creaţie aranjamentele, permutările, combinările, toate acestea reprezentând elemente de Combinatorică Matematică realizate intuitiv.* Este de considerat afirmaţia: *cunoaşterea culturii cucuteniene şi calităţile intelectual-artistice ale strămoşilor este departe de a fi completă.*

Bibliografie

1. ***Schmidt H.*** *Cucuteni.* Edit. TEHNOPRESS, Iaşi, 2007.

2. ***Dumitrescu V.*** *Arta culturii cucuteni*, Meridiane, Bucureşti.

3. ***Bernal J. D.*** *Ştiinţa în istoria societăţii*. Ed. Politică, Bucureşti.

4. ***Ştefan A.*** *Lecţii interactive de geometrie*, Buhuşi, 2012.

5. Complexul Muzeal Naţional MOLDOVA, Iaşi, CUCUTENI, Magia Ceramicii, Ed.PIM, Iaşi, 2009.

6. http://ro.wikipedia.org/wiki/Geometrie_euclidian%C4%83

7. http://ro.wikipedia.org/wiki/J%C3%A1nos_Bolyai

8. http://ro.wikipedia.org/wiki/Geometrii_neeuclidiene