

CALCULUL ERORII SISTEMATICE PENTRU SIMULATORUL METROLOGIC DE IMPEDANȚĂ

Pavel Nicolaev
Universitatea Tehnică a Moldovei
Nicolaevpavel@gmail.com

Abstract. *The present article reflects the procedure of calculating the error of metrological simulators of impedance by means of the directed graph method. Therefore it is considered as error factors the non ideality parameters of operational amplifiers.*

Cuvinte-cheie: eroare sistematică, simulator metrologic de impedanță.

I. Introducere

Simulatoarele metrologice de impedanță (SMI) prezintă circuite, care asigură reproducerea impedanțelor de diferit caracter, utilizate la măsurarea impedanțelor în calitate de elemente de referință. Utilizarea acestora în calitate de elemente metrologice necesită respectarea unor cerințe, cele mai importante fiind [1]:

- Eroare mică și stabilitate înaltă a impedanțelor reproduse;
- Posibilitatea reproducerii impedanțelor cu orice caracter al componentelor;
- Reglarea independentă a componentelor impedanței reproduse;
- Valoarea cunoscută și garantată a erorii sistematice a impedanței reproduse;
- Comandă digitală a caracterului și valorilor componentelor impedanței reproduse;
- Lipsa elementelor reactive reglabile (condensatoare variabile, magazine de inductanță și capacități, etc.).

O importantă cerință înaintată SMI o constituie eroarea sistematică. De aceea în respectiva lucrare se vor determina factorii ce cauzează apariția erorii sistematice și modul de influență a acestora asupra valorii erorii.

II. Factorii de eroare ai simulatorului metrologic de impedanță

După cum s-a specificat mai sus, utilizarea SMI în calitate de elemente etalon necesită cunoașterea erorii sistematice a impedanței reproduse de acesta. În caz general, eroarea absolută D_{MEP} poate fi determinată conform relației:

$$\Delta_{MEP} = M_i^A - M_i^R \quad (1)$$

unde: M_i^A - valoarea adevărată a mărimii electrice pasive reproduse de simulator, iar M_i^R - valoarea reală a acesteia.

Eroarea relativă a mărimii electrice pasive reproduse δ_{MEP} se determină cu relația:

$$d_{MEP} = \frac{M_i^A - M_i^R}{M_i^R} = \frac{M_i^A}{M_i^R} - 1 \quad (2)$$

Principalele cauze de apariție a erorilor mărimii electrice pasive reproduse le constituie factorii de neidealitate a elementelor active din structura simulatorului, în cazul dat, a amplificatorului operațional (AO). Principalii factori de neidealitate (figura 1) sunt:

1. Valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO fără reacție K_0 . Pentru diferite tipuri de AO, valoarea acestuia variază în intervalul $10^3 \div 10^6$.

2. Dependența de frecvență a coeficientului de amplificare a AO $K=K(\omega)$. Acesta poate fi aproximat cu o precizie acceptabilă prin relația:

$$K = \frac{K_0}{1 + j\omega_n K_0} \quad (3)$$

unde $\omega_n = \frac{\omega_S}{\omega_E}$ - frecvența normalată a semnalului, ω_S - frecvența semnalului, ω_E - frecvența unitară a caracteristicii amplitudine frecvență a AO.

3. Valoare limitată a impedanței diferențiale Z_D . În plus, aceasta are formă complexă datorită prezenței unei capacități parazitare paralele:

$$Z_D = \frac{R_D}{1 + j\omega t_D} \quad (4)$$

unde $t_D = R_D C_D$ - constanta de timp a impedanței Z_D , R_D - componenta activă a impedanței Z_D , C_D - capacitatea parazită.

4. Valoare limitată a impedanțelor de mod comun Z_{MC} . În plus, acestea au formă complexă datorită prezenței unor capacități parazitare paralele:

$$Z_{MC} = \frac{R_{MC}}{1 + j\omega t_{MC}} \quad (5)$$

unde $t_{MC} = R_{MC} C_{MC}$ - constanta de timp a impedanței Z_{MC} , R_{MC} - componenta activă a impedanței Z_{MC} , C_{MC} - capacitatea parazită.

5. Prezența unei impedanțe de ieșire Z_{ies} , valoarea căreia este diferită de zero.

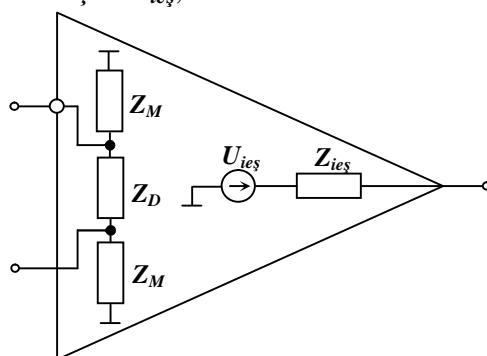


Fig. 1. Modelul AO pentru calculul erorilor

Întrucât SMI este alcătuit din mai multe etaje, fiecare din ele având la bază câte un AO, ceea ce îngreunează procesul de determinare directă a erorii. Pentru simplificarea procedurii se determină eroare cauzată de fiecare din factorii de mai sus asupra fiecărui etaj. La determinarea acestor erori se utilizează metoda grafului de fluentă. Conform acestor calcule, eroarea fiecărui etaj este determinată doar de următorii factori:

- Valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO;
- Dependența de frecvență a coeficientului de amplificare a AO;
- Valoare limitată a impedanțelor de mod comun Z_{MC} .

III. Modelul simulatorului metrologic de impedanță la calcularea erorii

Determinarea erorii SMI presupune determinarea erorii totale a tuturor etajelor din componența sa. Întrucât eroarea totală este cauzată de trei factori pentru determinarea acestei s-a elaborat un model al SMI (figura 2).

Conform acestui model, toate blocurile de formare și reglare a componentelor impedanței reproduse au fost substituite printr-un singur bloc amplificator cu coeficientul de transfer reglabil K_3 . Eroarea noului

bloc poate fi corectată prin reglarea corespunzătoare a coeficientului K_3 , de aceea în modelul propus se consideră doar factorii de eroare ai primelor două etaje. Conform rezultatelor calculului erorilor cauzate de influența separată a fiecărui factor asupra acestor două etaj, eroarea modelului SMI este determinată de:

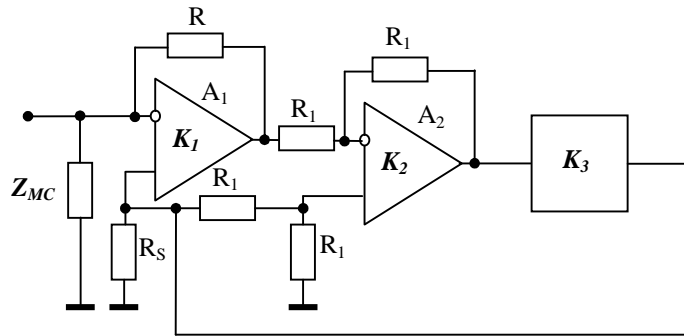


Fig. 2. Modelul SMI pentru calculul erorilor

- Valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO din structura convertorului curent-tensiune – K_1 ;
- Valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO din structura amplificatorului diferențial – K_2 ;
- Dependența de frecvență a coeficientului de amplificare a AO din structura convertorului curent-tensiune $K_1 = K_1(\omega)$;
- Dependența de frecvență a coeficientului de amplificare a AO din structura convertorului curent-tensiune $K_2 = K_2(\omega)$;
- Valoare limitată a impedanței de mod comun a AO din structura convertorului curent-tensiune Z_{MC} .

IV. Calculul erorii sistematice a simulatorului metrologic de impedanță

Valoarea impedanței reproduse de circuitul model va constitui valoarea reală a impedanței reproduse de SMI, iar pentru determinarea acesteia se va utiliza metoda grafului de fluență conform [3] (figura 3).

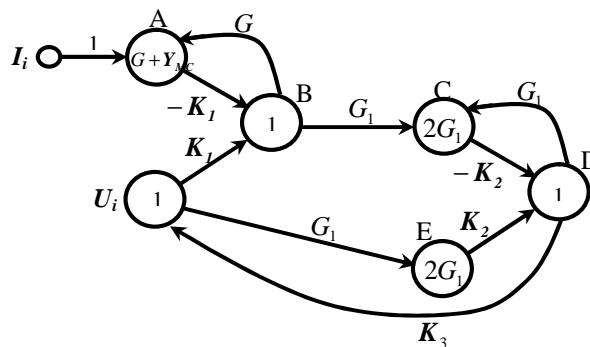


Fig. 3. Graful de fluență a modelului SMI pentru calculul erorilor

Pentru rezolvarea grafului din figura 3. se utilizează formula lui Mason cu următoarele componente:

- Transmitanța căii I_i -A-B-C-D- U_i :

$$P_i = 1 \cdot (-K_1) \cdot G_1 \cdot (-K_2) \cdot K_3 = K_1 K_2 K_3 G_1 \quad (6)$$

- Determinantul subgrafului complementar căii I_i -A-B-C-D- U_i :

$$\Delta_i = 2G_1 \quad (7)$$

- Determinantul grafului:

$$\Delta = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 \quad (8)$$

unde δ_n – determinatul subgrafului „n” din componența grafului [3], calculată în tabelul 1.

Tabelul 1. Valorile transmitanțelor buclelor din componența grafului

Bucła și punctele neadiacente acesteia	Transmitanța căii
A, B, C, D, E, U _i .	$d_1 = (G + Y_{MC}) \cdot 1 \cdot 2G_1 \cdot 1 \cdot 2G_1 \cdot 1 = 4G_1^2 (G + Y_{MC})$
A-B-A, C, D, E, U _i .	$d_2 = -(-K_1) \cdot G \cdot 2G_1 \cdot 1 \cdot 2G_1 \cdot 1 = 4G_1^2 K_1 G$
C-D-C, A, B, E, U _i .	$d_3 = -(-K_2) \cdot G_1 \cdot (G + Y_{MC}) \cdot 1 \cdot 2G_1 \cdot 1 = 2G_1^2 K_2 (G + Y_{MC})$
B-C-D-U _i -B, A, E.	$d_4 = -G_1 \cdot (-K_2) \cdot K_3 \cdot K_1 \cdot (G + Y_{MC}) \cdot 2G_1 = 2G_1^2 K_1 K_2 K_3 (G + Y_{MC})$
U _i -E-D-U _i , A, B, C.	$d_5 = -G_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot (G + Y_{MC}) \cdot 1 \cdot 2G_1 = -2G_1^2 K_2 K_3 (G + Y_{MC})$
A-B-A, C-D-C, E, U _i .	$d_6 = (-K_1) \cdot G \cdot (-K_2) \cdot G_1 \cdot 1 \cdot 2G_1 = 2G_1^2 K_1 K_2 G$
A-B-A, U _i -E-D-U _i , C.	$d_7 = (-K_1) \cdot G \cdot G_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot 2G_1 = -2G_1^2 K_1 K_2 K_3 G$

Determinantul grafului conform datelor din tabelul 1. va fi:

$$\Delta = 4G_1^2 (G + Y_{MC}) + 4G_1^2 K_1 G + 2G_1^2 K_2 (G + Y_{MC}) + 2G_1^2 K_1 K_2 K_3 (G + Y_{MC}) - 2G_1^2 K_2 K_3 (G + Y_{MC}) + 2G_1^2 K_1 K_2 G - 2G_1^2 K_1 K_2 K_3 G \quad (9)$$

Transmitanța grafului, care reprezintă și valoarea reală a impedanței reproduse, considerând (7) ÷ (9) cu unele transformări, se obține:

$$Z_i^R = \frac{P_i \cdot \Delta_i}{\Delta} = K_3 \cdot R \frac{K_1 K_2}{\left(\frac{Y_{MC}}{G} + K_1\right)(K_2 + 2) + K_2 K_3 \left[\frac{Y_{MC}}{G}(K_1 - 1) - 1\right]} \quad (10)$$

În caz ideal impedanța reprodusă de circuitul model este [2]:

$$Z_i^A = K_3 \cdot R \quad (11)$$

Eroarea impedanței reproduse de circuitul SMI, considerând (2), (10) și (11) este:

$$d_{Z_i} = \frac{Z_i^A}{Z_i^R} - 1 = \frac{K_1 K_2}{\left(\frac{R}{Z_{MC}} + K_1\right)(K_2 + 2) + K_2 K_3 \left[\frac{R}{Z_{MC}}(K_1 - 1) - 1\right]} - 1 \quad (12)$$

Substituind relațiile (3) și (5) în (12) obținem:

$$d_{Z_i} = \frac{\frac{K_1}{1 + jw_{n1} K_1} \cdot \frac{K_2}{1 + jw_{n2} K_2}}{\left(\frac{R}{\frac{R_{MC}}{1 + jw_{t_{MC}}}} + \frac{K_1}{1 + jw_{n1} K_1}\right) \left(\frac{K_2}{1 + jw_{n2} K_2} + 2\right) + \frac{K_2}{1 + jw_{n2} K_2} K_3 \left[\frac{R}{\frac{R_{MC}}{1 + jw_{t_{MC}}}} \left(\frac{K_1}{1 + jw_{n1} K_1} - 1\right) - 1\right]} - 1 \quad (13)$$

Pentru analiza erorii obținute se considera frecvența semnalului de intrare 1KHz iar amplificatoarele AO1 și AO2 de același tip cu frecvența unitară 10MHz. În acest caz relația (3) se poate aproxima cu o precizie acceptabilă:

$$\frac{K_1}{1 + j\omega_{n1}K_1} = \frac{K_2}{1 + j\omega_{n2}K_2} = \frac{K}{1 + j\omega_n K} = \frac{K}{1 + j \cdot 0,0001 \cdot K} = K \quad (14)$$

La frecvența de 1KHz se poate considera nulă capacitatea parazitară paralelă impedanței de mod comun și astfel relația (5) se poate aproxima cu o precizie acceptabilă:

$$Z_{MC} = \frac{R_{MC}}{1 + j\omega R_{MC} \cdot 0} = R_{MC} \quad (15)$$

Considerând relațiile (14) și (15), eroarea impedanței reproduse este:

$$d_{z_i} = \frac{K^2}{\left(\frac{R}{R_{MC}} + K\right) \cdot (K+2) + K \cdot K_3 \left[\frac{R}{R_{MC}}(K-1) - 1\right]}^{-1} \quad (16)$$

Coeficientul K_3 are formă complexă și asigură reglarea independentă a componentelor impedanței reproduse. Pentru simplificare, se determină eroarea sistematică pentru fiecare componentă aparte considerându-se coeficientul K_3 mărime scalară. Conform principiului de funcționare a SMI, coeficientul de reglare a componentelor impedanțelor variază în intervalul $-1 \div +1$. Astfel eroarea pentru componenta activă a impedanței reproduse va varia în intervalul:

$$\frac{K^2}{\left(\frac{R}{R_{MC}} + K\right) \cdot (K+2) - K \left[\frac{R}{R_{MC}}(K-1) - 1\right]}^{-1} < d_{z_i} < \frac{K^2}{\left(\frac{R}{R_{MC}} + K\right) \cdot (K+2) + K \left[\frac{R}{R_{MC}}(K-1) - 1\right]}^{-1} \quad (17)$$

Conform relației (16) eroarea sistematică a SMI este determinată de: valoarea coeficientului de amplificarea a AO – K , valoarea coeficientului de conversie curent-tensiune – R , valoarea componentei active a impedanței de mod comun a AO – R_{MC} și de valoarea coeficientului de reglare a componentelor impedanței – K_3 .

Pentru a aprecia influența acestor factori asupra valorii erorii se va determina dependența valorii erorii funcție de fiecare factor aparte considerându-se ceilalți factori constanți.

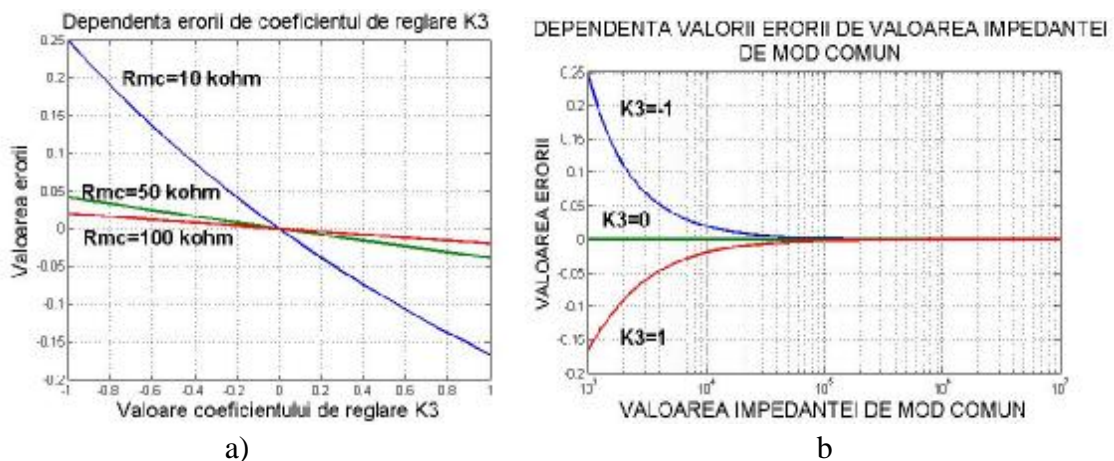


Fig. 4. Dependența valorii erorii de valoarea coeficientul K_3 (a) și de valoarea rezistenței de mod comun R_{MC} (b)

Dacă se consideră K_3 mărime scalară ce asigură reglarea independentă a componentelor impedanței reproduse, atunci se poate determina evoluția erorii în intervalul de valori $+1 \div -1$ a acestuia. În figura 4.a este reprezentat graficul dependenței erorii de valoarea coeficientului de reglare a componentelor pentru trei valori a rezistenței de mod comun ceilalți factori având valorile $R=2000 \Omega$, $K=10000$. Se observă că valoarea erorii crește cu depărtarea de zero a coeficientului K_3 , și scade cu creșterea valori rezistenței de mod comun.

Același lucru se observă și din graficul dependenței valorii erorii de valoare rezistenței de mod comun R_{MC} pentru trei valori ale coeficientului de reglare K_3 , când $K=10000$ și $R=200 \Omega$;

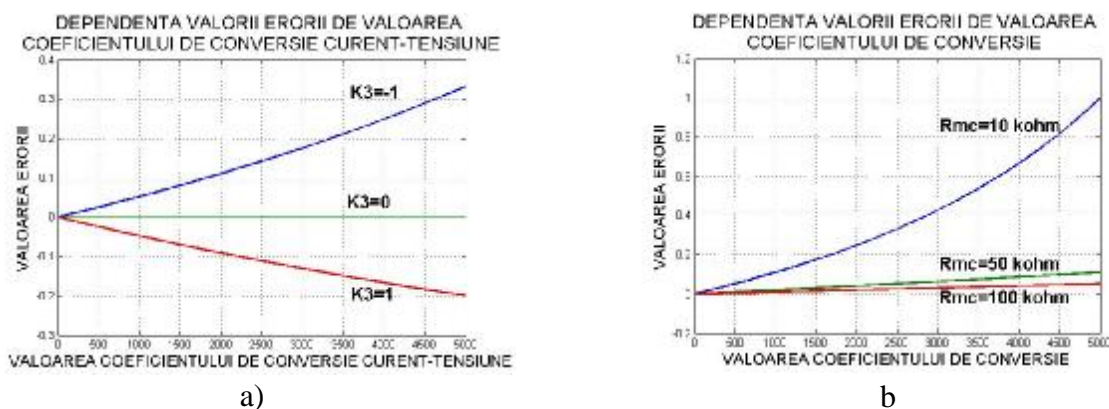


Fig. 5. Dependența valorii erorii de valoarea coeficientul R pentru 3 valori a coeficientului K_3 (a) și pentru 3 valori a rezistenței de mod comun R_{MC} (b)

Valoarea erorii SMI crește odată cu creșterea valorii coeficientului de conversie curent-tensiune. Din figura 5 se observă că această creștere este influențată și de valoarea lui K_3 și a lui R_{MC} .

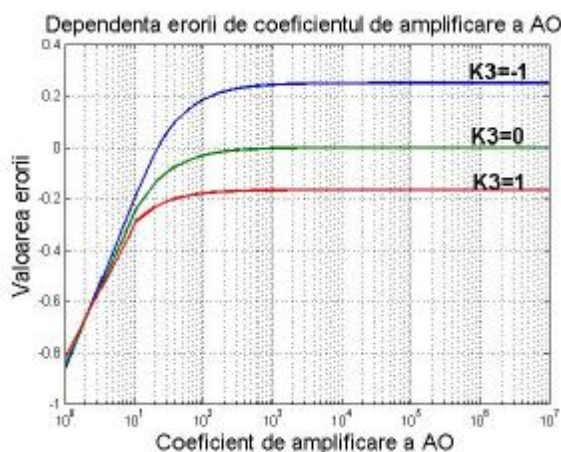


Fig. 6. Dependența valorii erorii de valoarea coeficientul de amplificare a AO

Din figura 6 se observă că valoarea erorii se micșorează cu creșterea valorii coeficientului de amplificare a AO și începând cu valoarea de $10 \text{ k}\Omega$, aceasta practic rămâne constantă.

V. Concluzii

Eroarea sistematică a SMI este determinată de parametrii amplificatoarelor operaționale din structura acestuia. Conform rezultatelor obținute valoarea erorii crește cu mărirea valorii coeficientului de conversie curent-tensiune și a valorii coeficientului de reglare a componentelor impedanței, dar descrește crește cu mărirea valorii impedanțelor de mod comun și a coeficientului de amplificare a AO.

VI. Referințe

1. Nastas V. Metrological simulators of electrical passive quantities with algorithmic structure, Mold. J. Phys. Sci. Vol 9, Nr. 1, 2010, pp. 85-102.
2. Nastas V., Nicolaev P., Topological modelling of the metrological impedance simulators, Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series, No. 33, 2009, pp 154-158.
3. Țopa M. D. Semnale, circuite și sisteme. Partea a II-a: Teoria sistemelor. Cluj-Napoca. Casa cărții de știință, 2002, pp 202.