

# Acordarea Regulatorilor la Modele Echivalente de Obiecte cu Elemente Identice în Conexiune Paralelă

Bartolomeu IZVOREANU, Dumitru MORARU, Irina COJUHARI  
 Technical University of Moldova

[izvor@mail.utm.md](mailto:izvor@mail.utm.md), [kod4777@gmail.com](mailto:kod4777@gmail.com); [cojuhari\\_irina@mail.utm.md](mailto:cojuhari_irina@mail.utm.md)

**Abstract** — În lucrare se propune un algoritm iterativ de acordare a regulatorilor tipizate PI și PID la modele echivalente de obiecte cu elemente identice cu inerție de ordinul unu în conexiune paralelă. Algoritmul propus de acordare a parametrilor regulatorilor PI, PID utilizează metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. În rezultatul studiului se propune algoritmul de acordare parametrilor regulatorilor PI, PID la modelul echivalent al obiectului și procedura iterativă care utilizează dependența parametrilor regulatorului de valoarea gradului maximal de stabilitate al sistemului proiectat. Se analizează un exemplu de acordare a parametrilor regulatorilor PI, PID după procedura propusă.

**Index Terms** — modele echivalente ale obiectelor cu elemente identice în conexiune paralelă, regulator, acordarea regulatorilor, metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații.

## I. INTRODUCERE

La automatizarea diverselor procese industriale modelele matematice atașate acestor procese sunt prezentate ca structuri de modele cu elemente identice cu inerție de ordinul unu în conexiune paralelă [1, 2].

În lucrare se analizează modelele de obiecte ale proceselor industriale structura cărora se prezintă în conexiune paralelă, alcătuită din două sau trei elemente identice cu inerție de ordinul unu. Funcțiile de transfer pentru aceste structuri de modele de obiecte cu două și trei elemente identice cu inerție de ordinul unu respectiv se prezintă ca modele echivalente în forma:

$$H(s) = \frac{k_1}{Ts+1} + \frac{k_2}{Ts+1} = \frac{2k(Ts+1)}{(Ts+1)^2} = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^2 + a_1s + a_2} \quad (1)$$

$$\text{unde } b_0 = 2kT, b_1 = 2k, a_0 = T^2, a_1 = T^2, a_2 = 2T, a_3 = 1,$$

$$H(s) = \frac{k_1}{Ts+1} + \frac{k_2}{Ts+1} + \frac{k_3}{Ts+1} = \frac{3k(Ts+1)^2}{(Ts+1)^3} = \frac{b_0s^2 + b_1s + b_2}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} = \frac{3k}{Ts+1} \quad (2)$$

$$\text{unde } b_0 = 3kT^2, b_1 = 6kT, b_2 = 3k, a_0 = T^3, a_1 = 3T^2, a_2 = 3T, a_3 = 1,$$

$k$  este coeficientul de transfer și  $T$ - constanta de timp a elementului modelului.

Având în vedere că zerourile și polii expresiilor (1) și (2) sunt egali între ei (egali cu  $-1/T$ ), rezultă că se compensează un zero-pol pentru modelul (1) și două zerouri-poli pentru modelul (2) respectiv, atunci dinamica acestor modele de obiecte se prezintă ca modele echivalente de obiecte cu inerție de ordinul unu cu funcțiile de transfer respectiv.

În comparație cu elementul cu inerție de ordinul unu în relațiile (1) și (2) la numărător nu este numai valoarea coeficientului de transfer  $k$  al acestuia, dar acest coeficient este prezentat ca produsul lui  $k$  și cifra care indică numărul de elemente ( $n=2$  sau  $3$  în cazul dat) în conexiunea paralelă respectivă.

Pentru aceste modele echivalente de obiecte prezentate cu relațiile (1) și (2) cu parametri cunoscuți  $k, T, n$  se propune de acordat regulatori de tipul PI și PID utilizând metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. Se analizează exemple de acordare a regulatorilor PI și PID la modelele de obiecte descrise de (2). Se variază parametrii modelului obiectului și se verifică robustețea sistemului automat sintetizat.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea regulatorilor PI și PID la modelele de obiecte (2) prin

metoda gradului maximal de stabilitate se utilizează metoda optimizării parametrice.

II. ALGORITMUL DE ACORDARE A REGULATOARELOR

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat alcătuită din regulator cu f.d.t  $H_R(s)$  și obiect cu f.d.t  $H_{PF}(s)$  (2) prezentată în fig. 1.

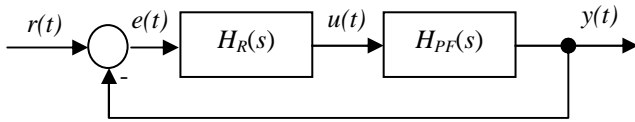


Fig. 1. Schema structurală a sistemului automat.

Vom acorda algoritmi tipizați de reglare PI și PID la modelul obiectului cu parametri cunoscuți prezentat prin relația (2), folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3-6].

Pentru acordarea regulatorului PI după metoda GMS se obțin următoarele expresii algebrice pentru parametri de acord ai regulatorului, care prezintă expresii analitice de forma

$$k_p = \frac{1}{nk(2TJ - 1)}, \tag{3}$$

$$k_i = \frac{1}{nk}(-TJ^2 + J) + k_p J = \frac{TJ^2}{nk}, \tag{4}$$

unde coeficientul  $n$  prezintă numărul de elemente identice în modelele (1) sau (2).

Pentru acordarea regulatorului PID după metoda GMS se obțin următoarele expresii algebrice pentru parametri de acord ai regulatorului, care prezintă expresii analitice de forma

$$k_d = \frac{-2TJ + 1 + nk k_p}{2nkj} = \frac{-2TJ + 1 + (nk)^2}{2nkj}, \tag{5}$$

$$k_i = \frac{1}{nk}(-TJ^2 + J - nk k_d j^2 + nk k_p j) = \tag{6}$$

În expresiile (5), (6) s-a admis că parametrul de acord al părții proporționale este  $k_p = nk$ . (7)

Din expresiile (3) și (4) se determină valorile optime ale parametrilor  $k_p$  și  $k_i$  ai regulatorului PI.

Din expresiile (5), (6) și (7) se determină valorile optime ale parametrilor  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  ai regulatorului PID.

Parametri de acord ai reglatoarelor PI și PID  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  sunt funcții de parametri cunoscuți ai obiectului și de gradul de stabilitate  $J$  necunoscut al SRA:  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  (vezi relațiile (3)-(7)). Conform acestor relații la valorile cunoscute ale parametrilor obiectului și la variația gradului de stabilitate  $J \geq 0$  în limitele respective se efectuează calculele și se construiesc curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  pentru parametri de acord ai reglatoarelor PI și PID.

Pentru a obține performanțele dorite ale SA cu regulatorul respectiv pentru curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  se aleg iterativ seturi de valori ale parametrilor  $J - k_p, k_i, k_d$  pentru diverse valori ale variabilei  $J$ , se simulează pe calculator SA și după procesul tranzitoriu al acestuia se determină performanțele sistemului. Procedura se repetă

iterativ până când vor fi satisfăcute performanțele sistemului automat proiectat.

III. APLICAȚII ȘI SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a reglatoarelor PI și PID la modelul obiectului echivalent de tip (2) vom admite valori arbitrare ale parametrilor obiectului:

$$k = 0,5, \quad T = 10 \text{ s}, \quad n = 3.$$

Pentru parametrii dați ai modelului echivalent al obiectului s-au efectuat calculele respective:

Pentru reglatoarele PI după relațiile (3), (4) și s-au obținut curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  prezentate în fig. 2, a, pentru regulatorul PID s-au efectuat calculele respective după relațiile (5) – (7) și s-au obținut curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  prezentate în fig. 2, b.

S-au determinat seturi de valori a parametrilor de acord ai regulatorului PI  $J - k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  după curbele din fig. 2, a, care sunt prezentați în tabelul 1. S-au determinat seturi de valori a parametrilor de acord ai regulatorului PID  $J - k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  după curbele din fig. 2, b, care sunt prezentați în tabelul 2.

S-au efectuat simulările pe calculator în mediul MATLAB a sistemului automat cu regulatorul PI și PID respectiv, iar schema de simulare este dată în fig. 3. În rezultatul simulării s-au obținut procesele tranzitorii care sunt prezentate: în fig. 4 sistemul automat cu regulatorul PI, în fig. 5 sistemul automat cu regulatorul PID. Performanțele sistemelor automate sunt date în tabelele 1 și 2 (partea dreaptă a tabelelor).

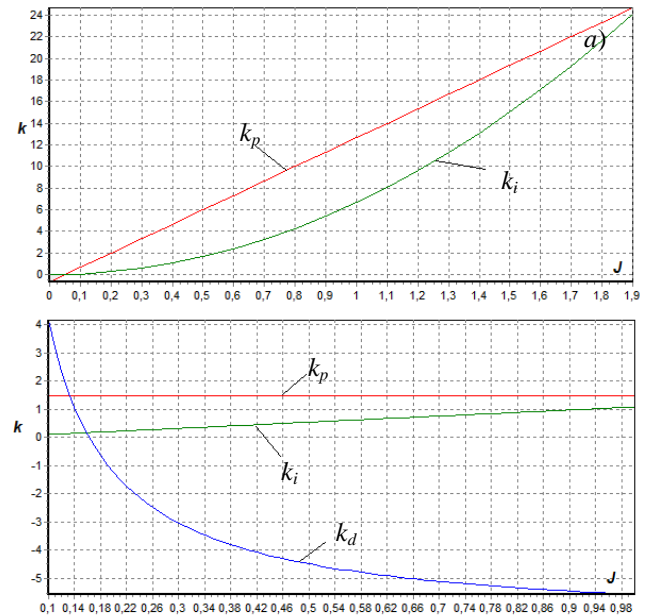


Fig. 2. Dependența parametrilor regulatorului PI (a) și PID (b) de gradul de stabilitate.

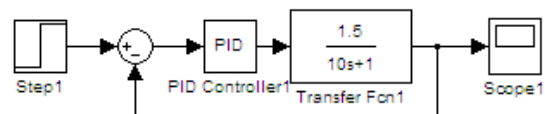


Fig. 3. Schema de simulare pe calculator a sistemului automat.

TABELUL I. PARAMETRII REGULATORULUI PI ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT.

Nr. iter.	$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i, s$	$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$	$\lambda$
1	0,1	0,67	0,06	14,9	29,6	-	29,6	
2	0,3	3,33	0,6	1,6	3,9	5,76	10	1
3	0,5	6,0	1,67	0,6	1,9	9,27	7	1
4	0,7	8,67	3,27	0,3	1,2	11,3	5,2	1
5	1,0	12,6	6,67	0,1	0,7	13,7	3,6	1

TABELUL II. PARAMETRII REGULATORULUI PID ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT.

Nr. iter.	$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i, s$	$k_d, s$	$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$	$\lambda$
1	0,1	1,5	0,1	9,26	4,16	25,3	-	25,3	-
2	0,12	1,5	0,13	7,69	2,36	18,5	-	18,5	-
3	0,14	1,5	0,152	6,58	1,07	14,0	-	14,0	-
4	0,16	1,5	0,17	5,78	0,10	11,4	-	11,4	-
5	0,163	1,5	0,17	5,68	0	11,1	-	11,1	-

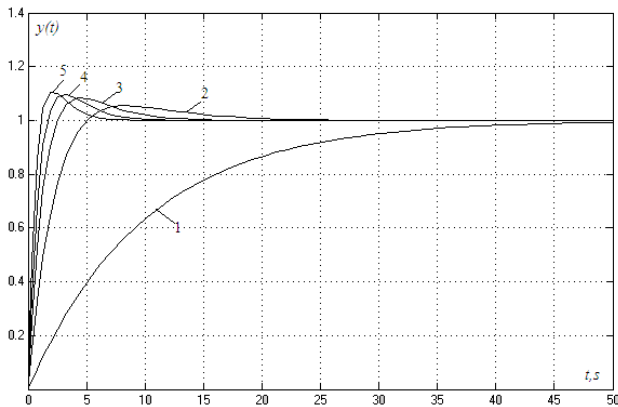


Fig. 4. Procese tranzitorii ale SA cu regulator PI.

În cazul SA cu regulatorul PI la variația lui  $J=0,1...1,0$  performanțele variază:

SA cu modelul echivalent al obiectului (2):

$t_c=29,6...0,7$ ,  $\sigma=0...13,75\%$ ,  $t_r=29,6...3,6$ .

SA cu modelul obiectului (2) cu elemente identice:

$t_c=1,55...0,48$ ,  $\sigma=9,62...12,2\%$ ,  $t_r=5,8...2,12$ .

În cazul SA cu regulatorul PID la variația lui  $J=0,1...1,0$  performanțele variază:

SA cu modelul echivalent al obiectului (2):

$t_c=25,3...10,8$ ,  $\sigma=0$ ,  $t_r=25,3...10,8$ .

La SA cu modelul obiectului (2) cu elemente identice regulatorul PID nu se acordează.

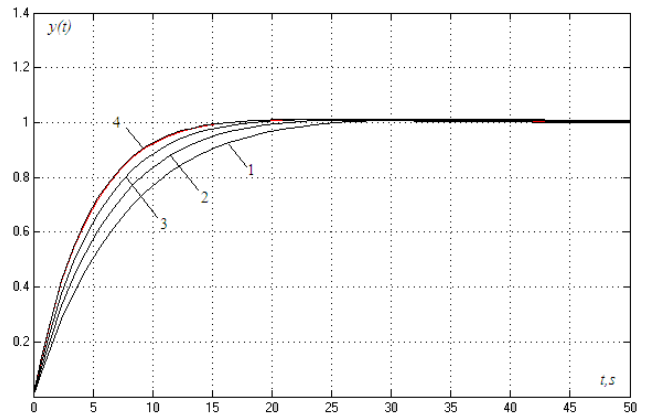


Fig. 5. Procese tranzitorii ale SA cu regulator PID.

Analizând rezultatele obținute la acordarea reguletoarelor PI, PID la modele echivalente ale obiectelor cu elemente identice cu inerție de ordinul unu și comparându-le cu rezultatele acordării reguletoarelor PI, PID la modelele inițiale ale obiectelor cu elemente identice cu inerție de ordinul unu se constată:

Expresiile (3)-(7) de calcul a valorilor parametrilor de acord ai reguletoarelor PI, PID la modele echivalente sunt mai simple în comparație cu expresiile inițiale de calcul a valorilor parametrilor de acord ai reguletoarelor PI, PID la modelul inițial cu elemente identice.

Analizând performanțele SA cu regulatorul PI acordat la modelul echivalent (2) observăm că: timpul de creștere a SA cu regulatorul acordat la obiectul echivalent este mai mic de 2,2 ori ( $t_c=0,7$ ) în comparație cu timpul de creștere ( $t_c=1,55$ ) a SA cu regulatorul acordat la obiectul inițial, suprareglajul este aproximativ același (13,75 în comparație cu 12,2), timpul de reglare a SA cu regulatorul acordat la obiectul echivalent este de 1,7 ori mai mare ( $t_r=3,6$ ) în comparație cu timpul de reglare ( $t_r=2,12$ ) a SA cu regulatorul acordat la obiectul inițial.

Analizând performanțele SA cu regulatorul PID acordat la modelul echivalent (2) observăm că acestea variază: timpul de creștere  $t_c=25,3...10,8$ , suprareglajul  $\sigma=0$  și timpul de reglare  $t_r=25,3...10,8$ .

Regulatorul PID nu poate fi acordat la modelul inițial al obiectului cu elemente identice din considerente că la numitorul expresiei de calcul a parametrului  $k_d$  se prezintă ca binom cu alternarea semnelor, suma coeficienților este egală cu zero.

S-au variat parametrii modelului obiectului: constanta de timp  $T$  cu  $\pm 50\%$  de la valorile nominale, iar coeficientul de transfer cu  $\pm 100\%$ .

Pentru SA cu regulatorul PI cu parametrii  $k_p=12,67$ ,  $k_i=6,67$  s-au variat parametrii obiectului și sistemul s-a simulat pe calculator, iar performanțele lui sunt prezentate în tabelul 3.

Pentru SA cu regulatorul PID cu parametrii  $k_p=1,5$ ,  $k_i=0,17$ ,  $k_d=0,1$  s-au variat parametrii obiectului și sistemul s-a simulat pe calculator, iar performanțele lui sunt prezentate în tabelul 4.

TABELUL III. VARIAȚIA PARAMETRIILOR OBIECTULUI ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT CU REGULADORUL PI.

Parametrul	Variația	Performanțele SA
------------	----------	------------------

obiectului	param.,%	$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$
$T=10$	15 (+50)	1	18,1	4,9
	5 (-50)	0,3	17,4	1,1
$k=1,5$	3 (+100)	0,3	20	1,8
	0,75(-100)	1,4	18	5,8

TABELUL IV. VARIAȚIA PARAMETRILOR OBIECTULUI ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT CU REGULADORUL PID.

Parametrul obiectului	Variația param.,%	Performanțele SA		
		$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$
$T=10$	15 (+50)	11,9	5,9	27,2
	5 (-50)	16,3	-	16,3
$k=1,5$	3 (+100)	6,05	-	6,05
	0,75(-100)	21,6	-	21,6

În SA cu regulatorul PI cu creșterea constantei de timp performanțele SA sunt mai joase, iar cu reducerea constantei de timp performanțele sistemului sunt mai ridicate (suprareglajul în ambele cazuri este aproximativ același) în comparație cu performanțele sistemului cu constanta de timp nominală. Cu creșterea coeficientului de transfer performanțele sistemului sunt mai ridicate, iar cu reducerea acestuia performanțele sistemului se reduc (suprareglajul în ambele cazuri este aproximativ același) în comparație cu performanțele sistemului cu coeficientul de transfer nominal. Performanțele SA la variația parametrilor s-au comparat cu performanțele sistemului prezentate în tabelul 1, rândul 5.

În SA cu regulatorul PID cu creșterea constantei de timp performanțele SA sunt mai joase (timpul de reglare este aproximativ de 2,5 ori mai mare) și cu reducerea constantei de timp performanțele sistemului sunt mai reduse (timpul de reglare este aproximativ de 1,5 ori mai mare) în comparație cu performanțele sistemului cu constanta de timp nominală. Cu creșterea coeficientului de transfer timpul de reglare se reduce aproximativ de 2 ori, iar cu reducerea coeficientului de transfer timpul de reglare crește aproximativ de 2 ori. Performanțele SA la variația parametrilor s-au comparat cu performanțele sistemului prezentate în tabelul 2, rândul 5.

#### IV. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică de acordare a reguletoarelor de tipul PI, PID la modele echivalente de

obiecte cu elemente identice cu inerție de ordinul unu în conexiune paralelă.

- Pentru SA cu regulatorul PI acordat după metoda GMS procesul tranzitoriu al sistemului variază de la proces aperiodic (lent) la proces aperiodic cu suprareglaj pentru valorile date ale parametrilor obiectului (vezi fig. 4), iar performanțele SA pot fi alese în limitele acestor procese.

- Pentru SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS procesul tranzitoriu al sistemului este aperiodic pentru valorile date ale parametrilor obiectului (vezi fig. 5).

- Performanțele SA cu regulatorul PID sunt mai reduse în comparație cu performanțele SA cu regulatorul PI.

- Robustețea SA cu regulatorul PID acordat după metoda propusă la variația parametrilor modelului echivalent a obiectului (2) este mai mare decât robustețea SA cu regulatorul PI.

#### BIBLIOGRAFIE

- [1] R. K. Dorf, R. X. Bishop. *Sovremennâe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoriya Bazovîh Znaniy, 2004. - 832s.
- [2] Ș. Preitl, R. E. Precup. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Editura Politehnică, 2001. - 334 p.
- [3] G. I. Zagarii, A. M. Shubladze. *Sintez sistem upravlenia na osnove criteria maksimalnoi stepeni ustoičivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.
- [4] B. Izvoreanu, I. Fiodorov. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. // *In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*. București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.
- [5] I. Fiodorov, B. Izvoreanu, M. Pisarenco. Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia. // *În Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul L(LIV), Fasc.5A*, Electrotehnică, Energetică, Electronică, 2004, pp. 63-68.