

# ANALIZA METODELOR DE ACORDARE A REGULATORULUI LA MODELUL OBIECTULUI CU ANTICIPAȚIE-ÎNTÂRZIERE DE ORDINUL DOI CU ASTATISM

Dumitru MORARU

Departamentul Ingineria Software și Automatică, Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronică, Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău, Republica Moldova

Autorul corespondent: Dumitru MORARU, e-mail [dumitru.moraru@ati.utm.md](mailto:dumitru.moraru@ati.utm.md)

**Rezumat.** În lucrare se efectuează analiza comparativă a procedurilor de acordare a algoritmilor la modelul obiectului de reglare cu anticipație-întârziere de ordinul doi cu oscilații și astatism de gradul unu cu parametri cunoscuți după metodele gradului maximal de stabilitate cu iterații, polinomială și poli-zero-uri. Pentru acordarea algoritmilor de tipul PID la modelul obiectului cu anticipație-întârziere s-a elaborat procedura utilizând metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații și se obțin expresiile analitice ale parametrilor de acord ai algoritmilor de tipul PID ca funcții neliniare de argumentul - gradul de stabilitate și liniare pe parametri cunoscuți ai modelului obiectului de reglare. Se variază gradul de stabilitate și aceste funcții se construiesc în formă grafică și, prin proceduri de iterații pe aceste curbe pentru aceiași valori a argumentului, se aleg seturi de valori ale parametrilor algoritmilor de tipul PID și prin simulare se verifică performanțele sistemului automat. Pentru verificarea și compararea rezultatelor obținute s-a studiat un exemplu după metoda propusă, metoda polinomială și poli-zero-uri cu simularea sistemului pe calculator. S-au variat parametrii modelului obiectului de la valorile nominale și s-a verificat robustețea sistemului. Se evidențiază avantajele metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații cu calcule reduse și timp minim, care conduc la simplificarea procedurii de acordare a parametrilor algoritmului de tipul PID pentru aceste modele de obiecte.

**Cuvinte cheie:** modelul obiectului cu anticipație-întârziere și astatism, funcție de transfer, algoritm de reglare, parametri de acord, metode de acordare, răspunsul sistemului, performanțele sistemului.

## Introducere

În lucrare se utilizează modelul matematic al obiectului de reglare cu anticipație-întârziere de ordinul doi cu oscilații și astatism descris cu funcția de transfer de forma [1-4]:

$$H(s) = \frac{k(T_1s+1)}{s(T_2^2s^2+2T_2qs+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s}, \quad (1)$$

unde  $k$  este coeficientul de transfer,  $T_1, T_2$  – constante de timp,  $q$  - gradul de amortizare ale obiectului tehnic-automobil, iar  $b_0 = kT_1$ ,  $b_1 = k$ ,  $a_0 = T_2^2$ ,  $a_1 = 2qT_2$ ,  $a_2 = 1$ .

Modelul obiectului de reglare (1) conține un zero, un pol în origine și doi poli alocați în semiplanul stâng al planului complex al rădăcinilor.

Pentru modelul obiectului de reglare (1) este necesar de sintetizat algoritmul de conducere.

Există mai multe metode de acordare a algoritmului de tipul PID care se aplică pentru acordarea regulatorului la modelul (1): metoda polinomială, alocării poli-zero-uri etc. [3-7].

Metoda poli-zero-uri este o metodă analitică de sinteză a algoritmului de reglare, dar care are dezavantaje la construirea polinomului caracteristic și soluționarea ecuațiilor matriceale [3, 6].

După metoda polinomială se sintetizează algoritmul de reglare, dar care este dificilă la determinarea polinomului caracteristic al sistemului proiectat [7].

În lucrare se propune procedura de acordare a regulatorului de tipul PID la modelul obiectului (1) în baza metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații (GMSI) [8-9].

Se analizează un exemplu de acordare a algoritmului de reglare la modelul obiectului (1) cu anticipație-întârziere și astatism utilizând metodele indicate mai sus.

### Algoritmii de acordare a regulatorului

Procedura de acordare a regulatorului de tipul PID după metoda GMSI se reduce la alcătuirea ecuației caracteristice a sistemului închis, în care se introduce noțiunea de grad de stabilitate  $J$  ca o nouă variabilă necunoscută și, prin operații de derivare a ecuației, se obțin relațiile  $k_p = f_p(J)$ ,  $k_i = f_i(J)$ ,  $k_d = f_d(J)$ , care prezintă parametrii algoritmului de tipul PID ca funcții neliniare de variabila  $J$  și de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului de reglare (1).

În continuare se prezintă sistemul de funcții ale parametrilor  $k_p = f_p(J)$ ,  $k_i = f_i(J)$ ,  $k_d = f_d(J)$  ai algoritmului P PD, PI și PID respectiv de forma:

$$k_p = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{b_1 - b_0J} = f_p(J), \quad (2)$$

$$k_d = \frac{d_0J^3 - d_1J^2 + d_2J - d_3}{(b_1 - b_0J)^2} = f_d(J), \quad k_p = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{b_1 - b_0J} + k_dJ = f_p(J), \quad (3)$$

$$k_p = \frac{-d_0J^4 + d_1J^3 - d_2J^2 + d_3J}{(b_1 - b_0J)^2} = f_p(J), \quad k_i = k_pJ - \frac{a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2}{b_1 - b_0J} = f_i(J). \quad (4)$$

$$k_d = \frac{d_0J^5 - d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J - d_5}{2(b_1 - b_0J)^4} = f_d(J), \quad k_p = \frac{-d_0J^4 + d_1J^3 - d_2J^2 + d_3J}{(b_1 - b_0J)^2} + 2k_dJ = f_p(J),$$

$$k_i = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2}{b_1 - b_0J} - k_dJ + k_pJ = f_i(J), \quad (5)$$

La variația lui  $J$  ca variabilă independentă, se calculează și se construiesc curbele (2)–(5)  $k_p = f_p(J)$ ,  $k_i = f_i(J)$ ,  $k_d = f_d(J)$  pentru algoritmi PD, PI și PID și pe aceste curbe se aleg seturi de valori ai parametrilor regulatorului PD, PI și PID  $J_i - k_{pi}$ ,  $k_{ii}$ ,  $k_{di}$  și se simulează pe calculator sistemul automat, se ridică răspunsurile indiciale, după care se determină performanțele cele mai ridicate ale sistemului, care ar satisface condițiile de performanță impuse sistemului.

Pentru un exemplu al modelului obiectului (1) se analizează procedurile de acordare a algoritmilor de reglare după metoda GMS, metoda poli-zero-uri și metoda polinomială și se analizează performanțele sistemului.

### Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea procedurii de acordare a algoritmilor PD, PI și PID la modelul (1) după metoda GMS cu iterații se prezintă exemplul de calcul.

*Exemplu.* Se consideră automobilul ca obiect de reglare, descris ca modelul obiectului de reglare cu anticipație-întârziere cu oscilații și astatism de ordinul unu, cu parametrii determinați din nomograma fig. 1.4 [1] la viteza de 20 m/s: coeficientul de transfer  $k = 1.9$ , constantele de timp  $T_1 = 0.44$  s,  $T_2 = 0.04$  s<sup>2</sup>, gradul de amortizare  $q = 0.5$  și prezentat cu funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{k(T_1s+1)}{s(T_2^2s^2+2T_2qs+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s} = \frac{0.076s+1.9}{0.1936s^3+0.44s^2+s}, \quad (6)$$

Pentru performanțele impuse sistemului automat timpul de reglare  $t_r \leq 2$  s și suprareglarea  $\sigma \leq 10\%$  să se sintetizeze algoritmul de reglare pentru modelul (1) prin metoda GMSI

*Soluționare.* S-au efectuat calculele de acordare a parametrilor de acord ai regulatorului P, PD, PI, PID după metoda GMSI după relațiile (2)–(5) (fig. 1, a) - curba pentru P, b) - curba pentru PI). Din analiza curbelor algoritmului PD și PID se constată că metoda GMSI nu este aplicabilă pentru modelul (1). S-a simulat sistemul automat cu regulatorul P și PI și răspunsurile indiciale (curbele 1 și 2) sunt prezentate în fig. 2, iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 1, rândurile 1 și 2.

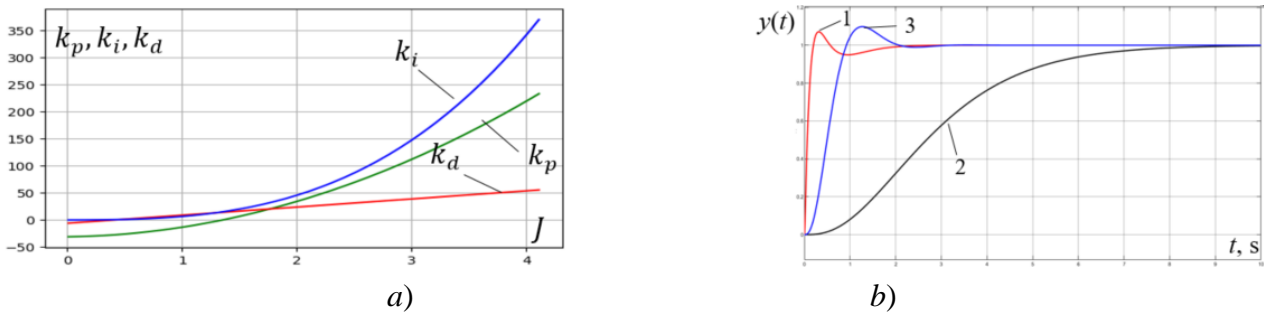


Fig. 1. Funcțiile  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$ ,  $k_d = f(J)$

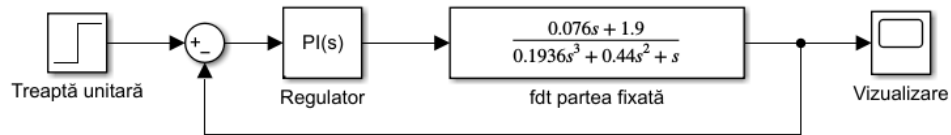


Fig. 2. Schema de simulare a sistemului automat

Tabelul 1

Performanțele sistemului automat pentru modelul obiectului din exemplu

Nr. crt.	Metoda acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului				Performanțele sistemului			
			J	$k_p$	$k_i$	$T_i, s$	$t_c, s$	$d, \%$	$t_r, s$	$n$
1	GMS	P	0.7412	0.355	-	-	4.27	-	4.27	-
2	GMS	PI	0.5916	0.824	0.217	4.61	1.62	31.92	7.81	1
3	MP1						6.27	-	6.27	-
4	MP2						0.85	9.69	1.68	1
5	PZ						0.36	11.22	0.97	1

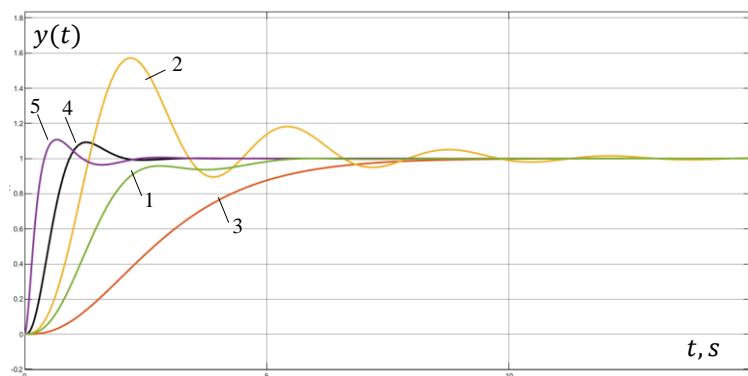


Fig. 3. Răspunsurile indiciale ale sistemului automat

Pentru verificare s-a sintetizat algoritmul de reglare după metodele polinomiale MP1, MP2 și poli-zerouri, care sunt prezentați:

$$H_R(s) = \frac{m_0 (a_0 s^2 + a_1 s + a_2)}{(b_0 s + b_1)(n_0 s^2 + n_1 s + n_2)} = \frac{0.1936 s^2 + 0.44 s + 1}{(0.076 s + 1.9)(s^2 + 3 s + 3)} = \frac{0.1936 s^2 + 0.44 s + 1}{0.076 s^3 + 2.128 s^2 + 5.928 s + 5.7} \quad (7)$$

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{m_0 (a_0 s^2 + a_1 s + a_2)}{(b_0 s + b_1)(n_0 s^2 + n_1 s + n_2)} = \frac{22.1461 s^2 + 50.332 s + 114.391}{0.076 s^3 + 2.9641 s^2 + 30.512 s + 97.7531} \quad (8)$$

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{q_0 s^2 + q_1 s + q_2}{p_0 s^2 + p_1 s + p_2} = \frac{792.5127 s^2 + 2708.2368 s + 6020.5789}{5.1653 s^2 + 163.8858 s + 1829.516} \quad (9)$$

S-a simulat sistemul cu algoritmi sintetizați și răspunsurile sunt prezentate în fig. 2 (curbele 3, 4, 5), iar performanțele sunt date în tabelul 1, rândurile 4, 5 și 6.

S-au variat parametrii modelului (1) cu  $\pm 50\%$  de la valorile nominale și s-au analizat performanțele sistemului.

### Concluzii

În rezultatul studiului efectuat se formulează următoarele concluzii.

1. Conform cerințelor de performanță impuse sistemului se obțin după metoda MP2.
2. Metoda GMSI de acordare este cea mai redusă în calcule și are performanțe satisfăcătoare în comparație cu metodele MP1, MP2 și PZ, dar care au calculele mai dificile.
3. Sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI are gradul optimal de stabilitate  $J = -0.4175$ , iar MP1  $J = -0.6239$ , MP2  $J = -1.1364$ , PZ  $J = -1.5669$ .
4. La variația parametrilor modelului obiectului cu  $\pm 50\%$  de la valorile inițiale sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust decât sistemul cu regulatorul acordat după metodele MP1, MP2, PZ.

### Bibliografie

1. VETLINSKII, V.N., OSIPOV, A.V. Avtomaticheskie sistemy upravlenia dvijeniem avtotransporta. L.: Mashinostroenie, Leningr. otd-nie, 1986.
2. SHATALOV, A.S., TOPCHEEV, Iu. I., KONDRATIEV, B.S. Letatelnye apparaty kak obiecty upravlenia. M.: Mashinostroenie, 1972.
3. DORF, R.; BISHOP, R. Sovremennye sistemy upravlenia (Modern Control Systems). Moskva: Laboratoria Bazovyh Znaniy, 2004, 832 s. ISBN 5-93208-119-8.
4. DIB, F., BENAYA, N., BEN MEZIANE, K., BOUMHIDI, I. Comparative Study of Optimal Tuning PID Controller for Manipulator Robot. The Proceedings of the International Conference on Smart City Applications SCA 2022: Innovations in Smart Cities Applications Volume 6. [Accesat 6.03.2023]. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-26852-6\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-031-26852-6_23)
5. SULE, A.H. Studies of PID Controller Tuning using Metaheuristic Techniques: A Review. International Journal of Innovative Scientific & Engineering Technologies Research 10(4):44-63, Oct.-Dec., 2022. ISSN: 2360-896X.
6. DUMITRACHE, I. Ingineria reglării automate. București: Politehnica Press. V.1, 2016, ISBN 978-606-515-686-9.
7. KIM, D. P. Teoria avtomaticheskogo upravlenia. T. 1. Lineinye sistemy. M.: FIZMATLIT, 2003, ISBN 5-9221-0379-2.
8. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In: Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control, București.: Ed. Tehnică, 1997, pp. 449-454.
9. IZVOREANU, B.; COJUHARI, I.; FIODOROV, I.; MORARU, D.; SECRIERU, A. Tuning the PID Controller to the Model of Object with Inertia Second Order According to the Maximum Stability Degree Method with Iteration. Annals of the University of Craiova. Electrical Engineering series, No. 43, Issue 1, 2019, pp. 79-85. ISSN-1842-4805.