

SINTEZA ALGORITMULUI DE REGLARE LA MODELUL OBIECTULUI CU ANTICIPATIE-ÎNTÂRZIERE DE ORDINUL TREI CU OSCILAȚII

Dumitru MORARU

Departamentul Ingineria Software și Automatică, Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronică,
Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău, Republica Moldova

Autorul corespondent: Dumitru MORARU, e-mail dimitru.moraru@ati.utm.md

Rezumat. În lucrare s-a elaborat o procedură de acordare a algoritmului PID la modelul stabil al obiectului de reglare cu anticipare-întârziere de ordinul trei cu oscilații cu parametrii cunoscuți după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. Din ecuația caracteristică a sistemului închis, prin operații de derivare pe variabila necunoscută a gradului maximal de stabilitate, se obțin expresiile analitice ale parametrilor de acord ai regulatorului PID ca funcții neliniare de argumentul - gradul de stabilitate și liniare de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului de reglare. Variind argumentul gradul maximal de stabilitate aceste funcții se construiesc în formă grafică. Prin proceduri de iterații pe aceste curbe pentru aceiași valoare a argumentului se aleg seturi de valori ale parametrilor regulatorului PID și prin simulare se verifică performanțele sistemului automat. Pentru verificarea și compararea rezultatelor obținute s-a examinat un exemplu după metoda elaborată și după metoda polinomială cu simularea sistemului pe calculator. S-au variat parametrii modelului obiectului de la valorile nominale și s-a verificat robustețea sistemului. S-a verificat dinamica sistemului la acțiunea perturbației de tip treaptă unitară. Se evidențiază avantajele procedurii elaborate prin calcule grafo-analitice reduse și timp minim, care conduc la simplificarea procedurii de acordare a parametrilor algoritmului de reglare PID pentru aceste modele de obiecte.

Cuvinte cheie: model stabil de obiect de reglare cu inerție, funcție de transfer, regulator PID, parametrii de acord, sistem automat, metode de acordare, acordarea regulatorului, răspunsul sistemului, performanțele sistemului.

Introducere

În lucrare se utilizează modelul matematic al obiectului de reglare cu anticipație-întârziere de ordinul trei cu oscilații [1-4]:

$$H(s) = \frac{k_1}{T_2s+1} \frac{k_2(T_1s+1)}{s^2+2qws+w^2} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}, \quad (1)$$

unde k_1 , k_2 sunt coeficienții de transfer, T_1 , T_2 – constantele de timp, q -gradul de amortizare și w - pulsația naturală ale obiectului tehnic, iar $b_0 = k_1k_2T_1$, $b_1 = k_1k_2$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 2qwT_2 + 1$, $a_2 = 2qw + T_2w^2$, $a_3 = w^2$.

Modelul (1) conține un zerou și trei poli alocați în semiplanul stâng al planului complex al rădăcinilor.

La automatizarea proceselor industriale au aplicare reglatoarele de tipul PID [3-6].

Există mai multe metode de acordare a algoritmului PID care se aplică pentru acordarea regulatorului la modelul obiectului (1): metoda frecvențială, metoda de alocare poli-zerouri, metoda polinomială etc. [4-6].

Aplicarea metodei frecvențiale este însoțită de calcule în domeniul frecvență și construcții grafice care conduc la dificultăți la sinteza algoritmilor de reglare [4,5].

Metoda alocării poli-zerouri este o metodă analitică și se utilizează pentru sinteza algoritmiilor de tipul PID, dar procedura de sinteză este cu iterații și devine dificilă [4,5].

Metoda polinomială prezintă o metodă analitică, care rezolvă problema de sinteză a algoritmului de reglare, dar este dificilă la etapa construirii polinomului caracteristic [6].

În lucrare s-a elaborat metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații (GMSI) [7-9] de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului de reglare (1).

Se studiază un exemplu de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului (1) și se variază parametri obiectului de la valorile nominale și se analizează performanțele sistemului.

Algoritmii de acordare a regulatorului PID

În studiu se utilizează schema structurală a sistemului automat, alcătuită din modelul obiectului cu f.d.t. $H_P(s)$ și regulatorul cu f.d.t. $H_R(s)$ supus acțiunii intrării treaptă unitară.

Se consideră algoritmul PID standard în conexiune paralelă descris cu funcția de transfer:

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (2)$$

unde k_p , k_i , k_d sunt parametri de acord ai componentei proporționale, integrale și derivate ale algoritmului PID.

Procedura de acordare a algoritmului PID după metoda GMSI se reduce la alcătuirea ecuației caracteristice a sistemului închis, se introduce noțiunea de grad de stabilitate în ecuația caracteristică ca o nouă variabilă necunoscută și prin operații de derivare a acesteia se obțin relații care prezintă parametrii PID ca funcții $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ analitice neliniare de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului și de variabila necunoscută - gradul de stabilitate al sistemului [8-9].

Pentru sistemul automat cu algoritmul PID se obțin trei expresii de calcul ai parametrilor:

$$k_d = \frac{d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5}{2(b_1 - b_0 J)^4} = f_d(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_d(J), \quad (3)$$

$$k_p = \frac{-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J}{(b_1 - b_0 J)^2} + 2k_d J = f_p(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_p(J), \quad (4)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} - 2k_d J + k_p J = f_i(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_i(J), \quad (5)$$

unde coeficienții din expresiile (3)–(5) se exprimă prin parametrii obiectului.

Se variază $J = 0 \dots \infty$, se calculează și se construiesc curbele (3)–(5) $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pentru algoritmul PID. Pe aceste curbe se aleg seturi de valori ai parametrilor regulatorului PID $J_i - k_{pi}$, k_{ii} , k_{di} și se simulează sistemul automat, se înregistrează răspunsurile la semnal treaptă unitară după care se determină performanțele cele mai ridicate ale sistemului, care ar satisface condițiile de performanță impuse sistemului.

Iu al modelului obiectului de reglare (1) se analizează procedurile de acordare a algoritmului PID după metoda GMSI și metoda polinomială, se simulează sistemul și se analizează performanțele sistemului proiectat.

Se variază parametrii modelului (1) cu $\pm 50\%$ de la valorile nominale și se analizează performanțele sistemului.

Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea algoritmilor PID pentru modelul (1) după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații se prezintă exemplu de calcul.

Exemplu. Se consideră obiectul tehnic descris ca modelul obiectului de reglare stabil cu inerție de ordinul $n = 3$ cu parametrii cunoscuți: coeficienții de transfer $k_1 = 1$, $k_2 = 0.2$, constantele de timp $T_1 = 0.1$ s, $T_2 = 0.1$ s, gradul de amortizare $q = 0.3$ și pulsația naturală $w = 2.5$ s⁻¹ prezentat de funcția de transfer de forma [2]:

$$H(s) = \frac{k_1}{T_2 s + 1} \frac{k_2 (T_1 s + 1)}{s^2 + 2qws + w^2} = \frac{10}{s + 10} \frac{k_2 (T_1 s + 1)}{s^2 + 2qws + w^2} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (6)$$

unde $b_0 = 10k_2T_1 = 0.2$, $b_1 = 10k_2 = 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 2qw + 10 = 11.5$, $a_2 = 20qw + w^2 = 21.25$, $a_3 = 10w^2 = 62.5$.

Pentru performanțele impuse sistemului timpul de reglare $t_r \leq 2$ s și suprareglarea $\sigma \leq 10\%$ să se sintetizeze algoritmul de reglare PID la modelul obiectului (6) prin metoda GMS cu iterații. Pentru verificare și comparare se aplica metoda polinomială.

Soluționare. S-au efectuat calculele de acordare a parametrilor regulatorului PID după metoda GMS cu iterații după relațiile (3)–(5) pentru modelul (6) și curbele sunt date în fig. 1, a. S-a simulat sistemul automat cu regulatorul PID (fig. 2) și răspunsul optimal se prezintă în fig. 1, b (curba 1, rândul 3 din tabelul 1), iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 1.

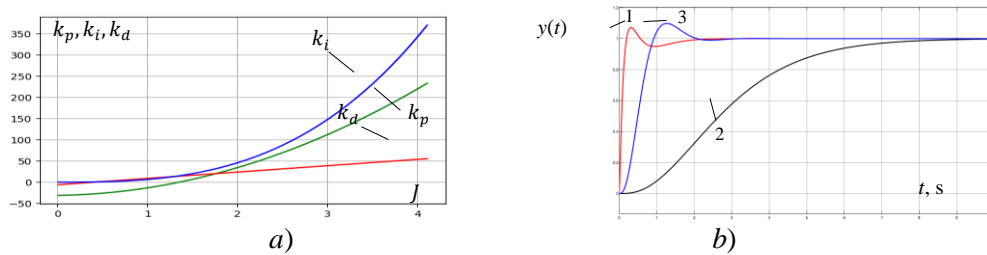


Fig. 1. Funcțiile $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$, $k_d = f(J)$

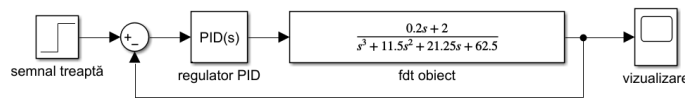


Figura 2. Schema de simulare a sistemului automat

Tabelul 1

Performanțele sistemului automat pentru modelul obiectului din exemplu

Nr. iter.	Metoda acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
			J	k_p	k_i	T_i, s	k_d, s	t_c, s	$d, \%$	t_r, s	n
1	GMS	PID	3.2	122.35	163.48	0.006	40.5	0.25	-	1.56	-
2	GMS	PID	3,5	152.5	214.4	0.0047	45	0.21	3.68	1.32	1
3	GMS	PID	3,9	196.9	296.6	0.0034	51	0.17	6.57	0.42	1
4	MP1							7.6	-	7.6	-
5	MP2							0.85	9.69	1.68	1

Metoda polinomială. După această metodă se construiesc două modele a algoritmului de reglare.

În prima procedură (MP1) se adoptă cazul când rădăcinile polinomului caracteristic sunt multiple și care asigură eroarea staționară $e = 0$ la semnal de referință de tip treaptă unitară și se construiește funcția de transfer a algoritmului de reglare de forma:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{m_0(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}{(b_0s + b_1)(n_0s^2 + n_1s + n_2)s} = \frac{s^3 + 11.5s^2 + 21.25s + 62.5}{(0.2s + 2)(s^3 + 3s^2 + 3s)} = \frac{q_0s^3 + q_1s^2 + q_2s + q_3}{p_0s^4 + p_1s^3 + p_2s^2 + p_3s}, \quad (7)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = 1$, $q_1 = 11.5$, $q_2 = 21.25$, $q_3 = 62.5$, $p_0 = 0.2$, $p_1 = 2.6$, $p_2 = 6.6$, $p_3 = 6$.

În a doua procedură (MP2) se construiește polinomul caracteristic dorit al sistemului după polii dominanți $s_{1,2} = -2.0005 \pm j2.7271$ și se mai impune un pol suplimentar $p_3 = -10$, după care se construiește funcția de transfer a algoritmului de reglare, în care se include și astatism de gradul unu pentru a asigura eroarea staționară $\varepsilon = 0$ la semnalele de referință și perturbație de tip treaptă unitară:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{m_0(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}{(b_0s + b_1)(n_0s^2 + n_1s + n_2)s} = \frac{q_0s^3 + q_1s^2 + q_2s + q_3}{p_0s^4 + p_1s^3 + p_2s^2 + p_3s}, \quad (8)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = 114.395$, $q_1 = 1315.5425$, $q_2 = 2430.8937$, $q_3 = 7149.6875$, $p_0 = 0.2$, $p_1 = 4.8002$, $p_2 = 38.2927$, $p_3 = 102.903$.

S-a simulat sistemul automat cu algoritmul de reglare sintetizat după metoda polinomială MP1 și MP2 și răspunsurile sunt prezentate în fig. 1, b, (curbele 2 și 3), iar performanțele sunt date în tabelul 1, rândurile 4 și 5.

Concluzii

În rezultatul studiului efectuat se formulează următoarele concluzii.

1. Sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMS cu iterații are performanțe mai ridicate în comparație cu sistemul cu regulatorul acordat după metoda polinomială MP1 și MP2.
2. Pentru acordarea regulatorului la modelul obiectului (1) se recomandă de utilizat metoda GMS cu iterații, pentru care calculele sunt mai reduse.
3. Sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust de 6.3 ori în raport cu sistemul cu regulatorul acordat după metoda polinomială (gradul de stabilitate $J = -3.8899$, iar a sistemului cu regulatorul acordat după metodele MP1 $J = -1.2457$, MP2 $J = -0.75$).
4. La variația parametrilor modelului obiectului cu $\pm 50\%$ de la valorile inițiale sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust decât sistemul cu regulatorul acordat după metodele polinomiale.

Bibliografie

1. VETLINSKII, V.N., OSIPOV, A.V. *Avtomaticheskie sistemy upravlenia dvijeniem avtotransporta*. L.: Mashinostroenie, Leningr. otd-nie, 1986.
2. SHATALOV, A.S., TOPCHEEV, Iu.I. KONDRATIEV, B.S. *Letatelnye apparaty kak obiecty upravlenia*. M.: Mashinostroenie, 1972.
3. DIB, F., BENAYA, N., BEN MEZIANE, K., BOUMHIDI, I. *Comparative Study of Optimal Tuning PID Controller for Manipulator Robot*. The Proceedings of the International Conference on Smart City Applications SCA 2022: Innovations in Smart Cities Applications Volume 6. [Accesat 6.03.2023]. https://doi.org/10.1007/978-3-031-26852-6_23
4. DORF, R.; BISHOP, R. *Sovremennye sistemy upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoria Bazovyh Znaniy, 2004, 832 s. ISBN 5-93208-119-8.
5. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. București: Politehnica Press. V.1, 2016, ISBN 978-606-515-686-9.
6. KIM, D. P. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia. T. 1. Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2003, ISBN 5-9221-0379-2.
7. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., *The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method*. In: *Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*, București.: Ed. Tehnică, 1997, pp. 449-454.
8. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., Pisarenco, M. *Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia*. În *Buletinul Institutului Politehnic din Iași*, Tomul L(LIV), Fasc. 5A, Electrotehnică, Energetică, Electronică, 2004, pp. 63-68.
9. IZVOREANU, B.; COJUHARI, I.; FIODOROV, I.; MORARU, D.; SECRIERU, A. *Tuning the PID Controller to the Model of Object with Inertia Second Order According to the Maximum Stability Degree Method with Iteration*. *Annals of the University of Craiova. Electrical Engineering series*, No. 43, Issue 1, 2019, pp. 79-85. ISSN-1842-4805.