

CZU 664.84/.85.037.1

УСТАНОВЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ УСТАНОВОК ЕСТЕСТВЕННОГО ХОЛОДА, ПРИМЕНЯЕМЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ФРУКТОВ И ОВОЩЕЙ

*Алла КИРСАНОВА**Государственный Аграрный Университет Молдовы*

Abstract. This article presents the results of a study on the calculation of the duration of the use of natural cold units (batteries with water) for the storage of fruits and vegetables in the territory of Transnistria, as well as on the calculation of the duration of ice formation in the ice storage, describes the process of finding the experimental law of temperature distribution (finding the equation of the distribution curve). The article describes in detail the results of the application of methods of statistical and mathematical modeling for the studied interval. The law of temperature distribution was found. It was proved that the values of the studied temperature sample are subject to bilateral exponential Laplace distribution. It was established that natural cold units may be used during 88 days for the storage of grapes, cabbages, garlic, red beet and carrots; 112 days – for apple storage, 142 days – for pear storage, 180 days – for potato storage, 321 days – for seed onions storage.

Key words: Cooling; Fruits; Vegetables; Energy-saving systems; Natural cold; Temperature distribution law.

Реферат. В данной статье приводятся результаты исследования по расчету продолжительности использования установок естественного холода (аккумуляторов с водой) для хранения фруктов и овощей на территории Приднестровья, а также по расчету продолжительности намораживания льда в льдохранилище, описан процесс нахождения экспериментального закона распределения температуры (нахождения уравнения кривой распределения). В статье подробно изложены результаты применения методов статистического, математического моделирования для исследуемого интервала, найден закон распределения температур, доказано, что значения исследуемой выборки температур подчиняются двустороннему показательному распределению Лапласа. Установлено, что установки естественного холода могут быть использованы для хранения винограда, капусты, чеснока, свеклы и моркови в течение 88 суток, яблوك – 112, груш – 142, картофеля – 180 и маточного лука – в течение 321 сутки.

Ключевые слова: Охлаждение; Фрукты; Овощи; Энергосберегающие системы; Естественный холод; Закон распределения температуры.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка энергосберегающих систем для хранения фруктов и овощей является одной из важнейших задач сельского хозяйства. Традиционные технологии и установки для охлаждения обладают рядом недостатков: низкая надежность, негативное воздействие на окружающую среду, высокий расход электроэнергии. Особую актуальность приобретает последний аспект в условиях роста тарифов на электроэнергию.

Один из доступных способов повышения эффективности охлаждения фруктов и овощей, а также снижения энергозатрат – это применение энергосберегающих систем с использованием природного (естественного) холода. Однако при использовании естественного холода очевидной является задача исследования метеоусловий: температуры, ветра и т.д. того региона, для которого будут разрабатываться новые или усовершенствоваться традиционные энергосберегающие системы для охлаждения фруктов и овощей.

Цель настоящего исследования – установление экспериментального закона распределения температуры (нахождение уравнения кривой распределения) в различных районах Приднестровья: на севере, в центре и на юге за последние пять лет для расчета продолжительности использования установок естественного холода (аккумуляторов с водой) для хранения фруктов и овощей на территории Приднестровья, а также для расчета продолжительности намораживания льда в льдохранилище. Техническая сторона решения поставленной задачи зависит от того, совпадают ли законы распределения температур (устойчив ли климат) либо законы отличаются по годам или по районам. В данной статье изложены результаты исследования выборки температур за один период по г. Тирасполь.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Задачи исследования решаются с помощью методик исследования энергосберегающих систем хранения фруктов и овощей с применением естественного и искусственного холода (Волконович, Л. 2017; Волконович, Л. 2019), а также на основе обработки исходных данных на основе существующих методик и методов теории вероятностей, математической статистики и математического моделирования (Долгов, Ю. 2011; Долгов, Ю. 2015).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Исследование проводится на основе данных систематических метеонаблюдений для периода, когда наружные среднесуточные температуры находятся в интервале до +18 °С, поскольку необходимо ориентироваться на установленные температуры хранения фруктов и овощей. Таким образом, исходные данные настоящего исследования – это среднесуточное значение температуры по г. Тирасполь за период 01.10.2015-31.03.2016 – это начало пятилетнего периода исследования.

Прежде чем проверить гипотезу о том или ином законе распределения температур, необходимо произвести расчеты параметров исходной выборки объемом $N = 183$.

Рассчитаем:

количество k интервалов группировки (разрядов гистограммы):

$$k = 1 + 3,32 \lg N, \quad (1)$$

получим $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 183 \approx 9$;

величину разряда C (шага гистограммы):

$$C = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{k} \quad (2)$$

$C = 3,6$;

математическое ожидание:

$$M[X] = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k \bar{X}_j \cdot n_j \quad (3)$$

где \bar{X}_j – центры разрядов и n_j – частоты (их значения приведены в таблице 1), расчетное значение математического ожидания $M[X] = 4,05$;

дисперсию:

$$S^2 = D = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})^2 \quad (4)$$

$S^2 = D = 35,0460$;

среднеквадратическое отклонение:

$$S = \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})^2} \quad (5)$$

$S = 5,9200$;

центральные моменты ряда распределения:

$$\mu_h = \frac{1}{N} \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})^h \cdot n_j \quad (6)$$

$\mu_3 = -119,1925$; $\mu_4 = 3047,2659$;

основные моменты:

$$r_h = \frac{\mu_h}{S^h} \quad (7)$$

$r_3 = -0,5745$, $r_4 = 2,4810$.

Полученная асимметрия (мера косости):

$$\alpha = r_3 = -0,5745 \quad (8)$$

и эксцесс (мера крутости):

$$\tau = r_4 - 3 = -0,5190 \quad (9)$$

позволяют сказать, что гистограмма будет скошена вправо и сплюснута сверху.

точность вычислений:

$$\Delta_x = \frac{S}{\sqrt{N}} \quad (10)$$

$$\Delta_x = 5,9200/\sqrt{183} = 0,4376.$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta_x}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (11)$$

$$\varepsilon = 10,80.$$

На основе произведенных расчетов построена гистограмма (полигон) частот.

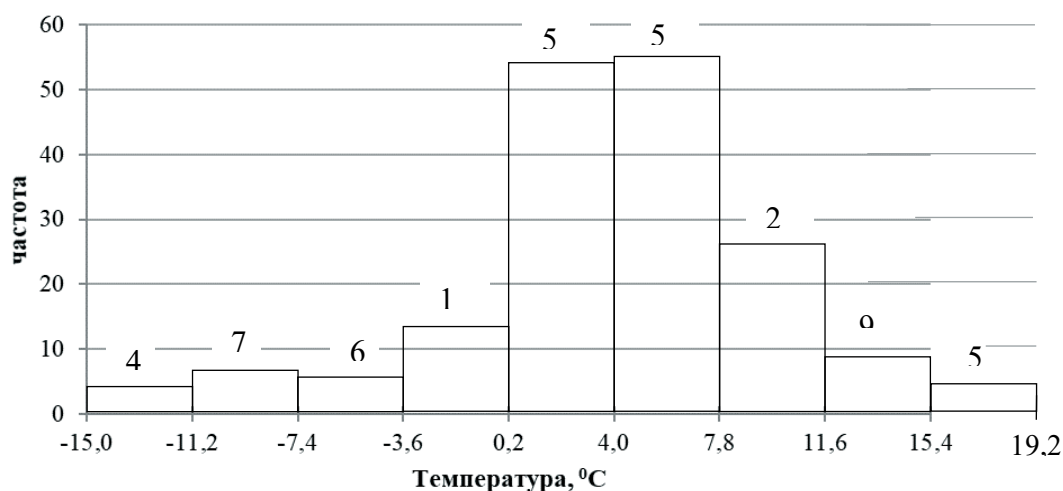


Рисунок 1. Гистограмма (полигон) частот

Как видно по рисунку 1, подтверждаются расчеты, полученные с помощью формул (8) и (9) – гистограмма имеет «скос» вправо и «сплюсненность» сверху.

Проверка на нормальный закон распределения. Проверим гипотезу о нормальном распределении, то есть удостоверимся, задается ли плотность распределения исходной выборки температур формулой:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{(X - M[X])^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (12)$$

Подставив рассчитанные ранее параметры выборки, получим:

$$f(X) = 0,0674 \cdot \exp\left\{-\frac{(X - 4,6)^2}{0,0920}\right\} \quad (13)$$

Найдем выборочные (выравнивающие) частоты:

$$\tilde{n}_j = \tilde{n}_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\xi_j^2\right\} \quad (14)$$

где ξ_j квантили (нормированные и центрированные аргументы), рассчитываемые по формуле:

$$\xi_j = \frac{\bar{X} - M[X]}{\sigma} \approx \frac{\bar{X}_j - \bar{X}}{S} \quad (15)$$

\tilde{n}_0 – масштабное число, позволяющее привести теоретические значения нормального распределения к масштабу исходных данных, расчет которого производится по формуле:

$$\tilde{n}_0 = \frac{\Delta N}{S\sqrt{2\pi}} \quad (16)$$

Числовое значение масштабного числа $\tilde{n}_0 = 3,8 \cdot 183 \cdot 0,0674 = 46,8700$, а результаты расчета квантилей внесем в таблицу 1.

Чтобы подтвердить или опровергнуть гипотезу о нормальном распределении воспользуемся критерием Пирсона χ^2 , который вычисляется по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - \tilde{n}_j)^2}{\tilde{n}_j} \quad (17)$$

Сведем все расчеты в таблицу 1.

Таблица 1. Расчет критерия χ^2 - Пирсона

j	\bar{X}_j	ξ_j	n_j	\tilde{n}_j	$\frac{(n_j - \tilde{n}_j)^2}{\tilde{n}_j}$
1	-13,1	-2,897	4	0,71	0,0015
2	-9,3	-2,255	7	3,69	
3	-5,5	-1,613	6	12,76	
4	-1,7	-0,971	14	29,24	7,9431
5	+2,1	-0,329	55	44,40	2,5306
6	+5,9	+0,313	56	44,64	2,8909
7	+9,7	+0,954	27	29,72	0,2489
8	+13,5	+1,596	9	13,11	0,5102
9	+17,3	+2,238	5	3,83	
Σ	–	–	183	182,1	14,1252

Так как $\chi_p^2 = 14,125 > \chi_{мад}^2 (5\%; v = 3) = 7,82$, то гипотеза о нормальном распределении отвергается.

Проверка на распределение Гумбеля минимального значения. Проверим гипотезу о распределении Гумбеля, то есть удостоверимся, задается ли плотность распределения температур формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left[\frac{X - \mu}{\lambda} - \exp\frac{X - \mu}{\lambda}\right] \quad (18)$$

где параметры закона Гумбеля: $\mu = \bar{X} + 0,4501 \cdot S$, $\lambda = 0,7797 \cdot S = 4,6158$

Подставляя найденные значения параметров выборки в (18), получим:

$$f(x) = 0,2166 \cdot \exp[\xi_j - \exp \xi_j] \quad (19)$$

где

$$\xi_j = \frac{X - \mu}{\lambda} \quad (20)$$

Результаты произведенных расчетов приведены в таблице 2.

Так как $\chi_p^2 = 25,753 > \chi_{мад}^2 (5\%; v = 4) = 9,49$, то гипотеза о распределении Гумбеля отвергается.

Проверка на распределение Вейбулла. Плотность вероятности распределения Вейбулла задается формулой:

$$f(x) = \frac{n}{b} \left(\frac{X - \Theta}{b}\right)^{n-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{X - \Theta}{b}\right)^n\right] \quad (21)$$

Таблица 2. Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных от теоретического закона распределения Гумбеля

j	\bar{X}_j	ξ_j	$f(X)$	n_j	\tilde{n}_j	$\frac{(n_j - \tilde{n}_j)^2}{\tilde{n}_j}$
1	-13,1	-4,271	0,0030	4	1,91	3,365
2	-9,3	-3,470	0,0070	7	4,46	
3	-5,5	-2,646	0,0143	6	9,11	1,062
4	-1,7	-1,823	0,0298	14	18,98	1,307
5	+2,1	-1,000	0,0552	55	35,16	11,195
6	+5,9	-0,176	0,0785	56	50,00	0,720
7	+9,7	+0,647	0,0613	27	39,05	3,718
8	+13,5	+1,011	0,0381	9	24,27	4,386
9	+17,3	+2,293	0,0001	5	0,06	
Σ	-	-	-	183	183	25,753

Необходимо рассчитать дополнительный параметр выборки – поправку Шепарда:

$$\hat{\mu}_3 = \frac{|N|}{(N-1)(N-2)} \sum_{j=1}^k (\bar{X}_j - \bar{X})^3 \cdot n_j \quad (22)$$

получили $\hat{\mu}_3 = -121,1717$, а также найдем основной момент (коэффициент асимметрии) с учетом данной поправки:

$$\hat{r}_3 = \frac{\hat{\mu}_3}{S^3} = -0,5840 \quad (23)$$

Тогда, имея значение \hat{r}_3 , по вспомогательной таблице расчетов некоторых параметров распределения Вейбулла получим:

$$\eta = 9,00; k = 0,947; c = 0,127 \text{ и } \hat{\eta} = 8,926; \hat{k} = 0,9469; \hat{c} = 0,12704.$$

Параметры распределения Вейбулла:

$$b = \frac{S}{c} = 4,5995 \text{ и } \Theta = \bar{X} - b \cdot k = -4,0080$$

С учетом найденных параметров на основании формулы (21), получим:

$$f(X) = 0,19155 \cdot \xi^{\eta-1} \cdot \exp(-\xi^\eta) \quad (24)$$

$$\text{где } \xi = \frac{X - \Theta}{b}.$$

После проверки на статистическую неразличимость эмпирических данных от теоретического закона распределения приходим к выводу, что гипотеза о распределении Вейбулла отвергается.

Проверка на распределение Лапласа (двустороннее показательное распределение). Плотность вероятности распределения Лапласа задается формулой:

$$f(x) = \frac{1}{2} \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot |X - \mu|) \quad (25)$$

$$\text{где } \mu = M[X] = 4,05; \hat{\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{S} = 0,2389 \approx 0,24$$

С учетом найденных параметров распределения на основании формулы (25), получим закон распределения:

$$f(x) = 0,1194 \cdot \exp(-0,2389 \cdot |X - 4,05|) \quad (26)$$

Выполнив необходимые расчеты с учетом $\tilde{n}_j = 777,83 \cdot f(X)$ (см. формулу 14), и построив

на их основании таблицу 3, можно судить о правильности гипотезы о распределении Лапласа.

Таблица 3. Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона распределения Лапласа

j	\bar{X}_j	$f(X)$	n_j	\tilde{n}_j	$\frac{(n_j - \tilde{n}_j)^2}{\tilde{n}_j}$
0	-16,9	0,00080	0	0,622	4,193
1	-13,1	0,00198	4	1,540	
2	-9,3	0,00492	7	3,827	
3	-5,5	0,01043	6	8,113	0,550
4	-1,7	0,02586	14	20,115	1,859
5	+2,1	0,06410	55	49,859	0,530
6	+5,9	0,07675	56	59,698	0,229
7	+9,7	0,03096	27	24,082	0,354
8	+13,5	0,01249	9	9,715	0,097
9	+17,3	0,00504	5	3,920	
10	+21,1	0,00203	0	1,581	
Σ	–	–	183	183,072	7,812

Так как $\chi_p^2 = 7,812 < \chi_{мас}^2$ (5%; $\nu = 7 - 3 = 4$) = 9,49, то гипотеза о двустороннем показательном распределении Лапласа принимается.

Таким образом, доказано, что функция плотности вероятности для исходной выборки температур имеет вид (26).

Таблица 4. Расчет значения плотности, вероятности распределения Лапласа

$t, ^\circ\text{C}$	плотность вероятности	$t, ^\circ\text{C}$	плотность вероятности	$t, ^\circ\text{C}$	плотность вероятности	$t, ^\circ\text{C}$	плотность вероятности
-16	0,0010	-7	0,0085	2	0,0732	11	0,0227
-15	0,0013	-6	0,0108	3	0,0929	12	0,0179
-14	0,0016	-5	0,0137	4	0,1180	13	0,0141
-13	0,0020	-4	0,0174	5	0,0952	14	0,0111
-12	0,0026	-3	0,0222	6	0,0749	15	0,0087
-11	0,0033	-2	0,0281	7	0,0590	16	0,0069
-10	0,0042	-1	0,0357	8	0,0465	17	0,0054
-9	0,0053	0	0,0454	9	0,0366	18	0,0043
-8	0,0067	1	0,0576	10	0,0288	19	0,0034

На основе таблицы 4 построен рисунок 2 – график функции плотности вероятности распределения Лапласа (26).

Совместим полигон частот и график функции плотности вероятности распределения Лапласа (рис. 3).

По рисунку можно утверждать о статистической неразличимости эмпирических данных и теоретического закона. Функция распределения Лапласа имеет вид:

$$F(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp[\lambda(X - \mu)], & X \leq \mu \\ 1 - \frac{1}{2} \exp[-\lambda(X - \mu)], & X \geq \mu \end{cases} \quad (27)$$

С учетом параметров выборки (27) примет вид:



Рисунок 2. График функции плотности вероятности распределения Лапласа

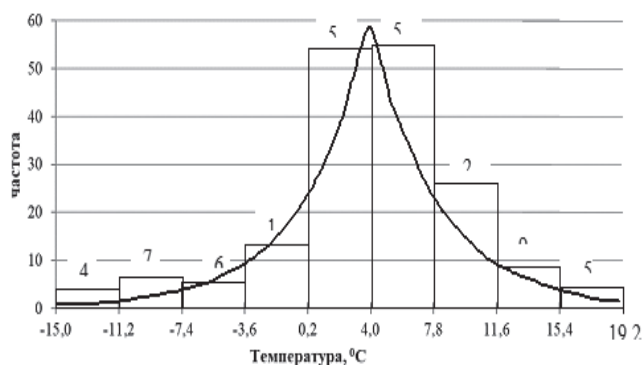


Рисунок 3. Совмещение полигона частот и графика функции плотности вероятности распределения Лапласа

$$F(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp[0,2389(X - 4,6)], & X \leq 4,6 \\ 1 - \frac{1}{2} \exp[-0,2389(X - 4,6)], & X \geq 4,6 \end{cases} \quad (28)$$

Значения функции распределения Лапласа рассчитывались от минимального до максимального значения температуры в двух интервалах: от -16°C до $+4^{\circ}\text{C}$ и от $+5^{\circ}\text{C}$ до 19°C (табл. 5).

Таблица 5. Расчет значений функции распределения Лапласа

$t, ^{\circ}\text{C}$	Функция распределения	$t, ^{\circ}\text{C}$	Функция распределения	$t, ^{\circ}\text{C}$	Функция распределения	$t, ^{\circ}\text{C}$	Функция распределения
-16	0,0042	-7	0,0357	2	0,3064	11	0,9050
-15	0,0053	-6	0,0453	3	0,3891	12	0,9252
-14	0,0067	-5	0,0575	4	0,4941	13	0,9411
-13	0,0085	-4	0,0731	5	0,6015	14	0,9536
-12	0,0108	-3	0,0928	6	0,6862	15	0,9635
-11	0,0137	-2	0,1178	7	0,7529	16	0,9712
-10	0,0174	-1	0,1496	8	0,8054	17	0,9773
-9	0,0221	0	0,1900	9	0,8468	18	0,9822
-8	0,0281	1	0,2413	10	0,8793	19	0,9859

На основе таблицы 5 построен рисунок 4 – график функции распределения (28).

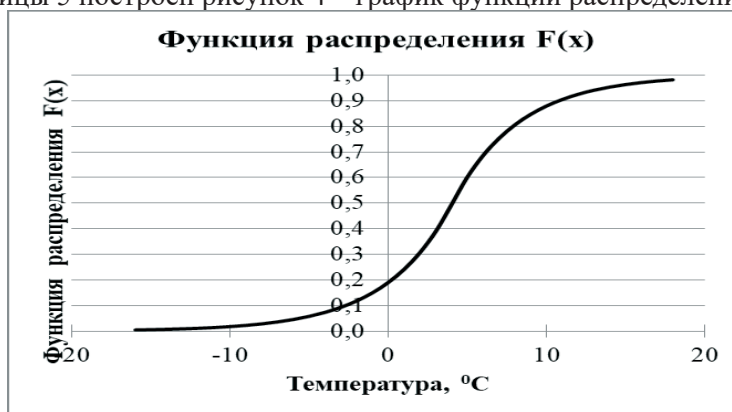


Рисунок 4. График функции распределения Лапласа

Рассчитаем продолжительность использования установок естественного холода (аккумуляторов с водой) с учетом найденного закона распределения (27) и предельных температур хранения фруктов и овощей (Волконович, Л. 2017). Поскольку установка естественного холода эксплуатируется на территории Приднестровья при наружных температурах, не превышающих предельные температуры хранения фруктов и овощей, и отключается с переключением на льдохранилище (или холодильные установки), то выполнение расчетов до этих предельных температур оправдано (Волконович, Л. 2019). Расчеты продолжительности T_A использования установок естественного холода по различным фруктам и овощам выполняются по формуле (29):

$$T_A = \tau \cdot F(t), \quad (29)$$

где $\tau = 8760$ – количество часов в году, $F(t)$ – значение функции распределения.

Таблица 6. Результаты расчета, продолжительности использования установок естественного холода

Наименование Фруктов и овощей	Предельная температура хранения, $t_{пр}, ^\circ\text{C}$	Значение функции распределения	T_A	
			часы	сутки
Виноград, капуста, чеснок, свекла, морковь	+1	0,2413	2114	88
Яблоки	+2	0,3064	2684	112
Груши	+3	0,3891	3408	142
Картофель	+4	0,4941	4328	180
Маточный лук	+10	0,8793	7703	321
Отдельные сорта томатов	+12	0,9252	8104	338
Зеленый лимон	+14	0,9536	8353	348

Для определения продолжительности $T_{л}$ использования льдохранилищ или холодильных установок, зная оптимальную продолжительность хранения фруктов и овощей, расчеты выполняются по формуле:

$$T_{л} = T_{opt} - T_A, \quad (30)$$

Оптимальная продолжительность T_{opt} хранения фруктов и овощей соответствует максимальной прибыли от реализации сельхозпродукции (Волконович, Л. 2019).

Для различных фруктов и овощей, используя данные таблицы 6, получаются различные значения продолжительности $T_{л}$ использования льдохранилищ:

- для винограда, капусты, чеснока, свеклы и моркови: $T_{л} = T_{opt} - 88$;
- для яблок: $T_{л} = T_{opt} - 112$;
- для груш: $T_{л} = T_{opt} - 142$;
- для картофеля: $T_{л} = T_{opt} - 180$;
- для маточного лука: $T_{л} = T_{opt} - 321$.

Определим продолжительность намораживания льда в льдохранилище. Для этого найдем суммарную плотность вероятности отрицательных среднесуточных температур по таблице 4, и умножив результат на 365 суток, получаем $0,1635 \cdot 365 = 69$ суток.

ВЫВОДЫ

Для решения одной из актуальных задач сельского хозяйства – повышение эффективности хранения фруктов и овощей, а также снижения энергозатрат путем использования энергосберегающих систем природного (естественного) холода, установлен экспериментальный закон распределения среднесуточной температуры воздуха, найдено уравнения кривой распределения. Обоснована и рассчитана продолжительность использования установок естественного холода (аккумуляторов с водой) для хранения различной сельхозпродукции на территории Приднестровья и продолжительность намораживания льда в льдохранилище. Установлено, что установки естественного холода могут быть использованы для хранения винограда, капусты, чеснока, свеклы и моркови в течение 88 суток, яблок – 112 суток, груш – 142 суток, картофеля – 180 суток; маточного лука – 321 сутки.

В качестве продолжения исследования планируется выполнение аналогичной работы для различных районов Приднестровья: севера, центра и юга за последние пять лет, для установления факта возможности создания единой методики подобных унифицированных расчетов, если распределения совпадут, либо установления необходимости учета, территориального расположения районов Приднестровья. Одновременно возможно будет проверить гипотезу об устойчивости температурного режима на территории Приднестровья либо наличия тренда в его изменении.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ВОЛКОНОВИЧ, Л. и др. (2019). Применение холода для охлаждения молока и хранения плодоовощной продукции. Кишинев. 228 с. ISBN 978-9975-56-625-4.
2. ВОЛКОНОВИЧ, Л., ВОЛКОНОВИЧ, А.Л., КУШНИР, М.Г., ПОПА, А.Г., СЛИПЕНКИ, В.Е., ДАЙКУ, А.С., ВОЛКОНОВИЧ, О.Л., КИРИЯК, И.И. (2017). Разработка алгоритмов управления процесса хранения фруктов и овощей с применением естественного холода. В: Инновации в сельском хозяйстве, № 2, с. 48-56. ISSN 2304-4926.
3. ДОЛГОВ, Ю. (2015). Случайные числа. Тирасполь. 692 с. ISBN 978-9975-3010-2-2.
4. ДОЛГОВ, Ю. (2011). Статистическое моделирование. Тирасполь. 348 с. ISBN 9975-9630-1-3.

Data prezentării articolului: 05.04.2019

Data acceptării articolului: 08.05.2019