

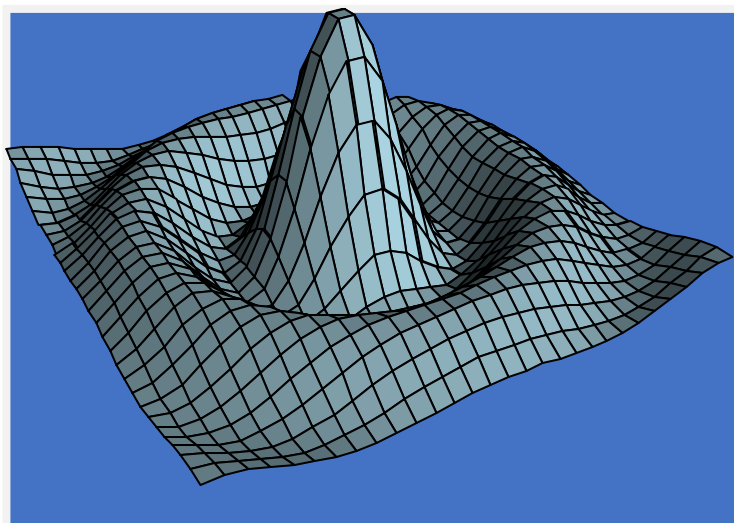


Digitally signed by
Technical Scientific
Library, TUM
Reason: I attest to the
accuracy and integrity
of this document

ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ МОЛДОВЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебное пособие



**Chişinău
2022**

ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ МОЛДОВЫ

**Факультет Вычислительной Техники,
Информатики и Микроэлектроники**

Степан БУЗУРНЮК, Василе МОРАРУ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебное пособие

Chişinău
Editura „Tehnica-UTM”
2022

CZU 519.6(075.8)

Б 904

Данное учебное пособие предназначено для студентов факультета СИМ и содержит темы входящие в дисциплину “Численные методы”. В работе отражены основные методы и алгоритмы численного решения нелинейных уравнений, систем линейных и нелинейных уравнений, дифференциальных уравнений, методы численного интегрирования, интерполирования функций и численные методы одномерной минимизации функций.

Работа структурирована в 9 главах, в которых приводятся краткие теоретические сведения, иллюстрированные решенными примерами. Каждый параграф заканчивается заданиями для лабораторных работ.

Авторы: доктор, доцент Степан Бузурнюк

доктор, профессор Василе Морару

Рецензент: доктор, доцент Елеонора Тутунару

Ответственный редактор: доктор, доцент Михаил Кулев

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN RM

Бузурнюк, Степан.

Численные методы: Учебное пособие / Степан Бузурнюк, Василе Морару; ответственный редактор: Михаил Кулев; Технический университет Молдовы, Факультет Вычислительной Техники, Информатики и Микроэлектроники.

– Chișinău: Tehnica-UTM, 2022. – 162 p.: des., tab.

Bibliogr.: p. 160 (8 tit.). – 50 ex.

ISBN 978-9975-45-760-6.

519.6(075.8)

Б 904

Введение

Одним из основных прикладных разделов математики является вычислительная математика, которая изучает приближенные (численные) методы решения задач, возникающие на практике и которые трудно (или даже невозможно) решить точно, т.е. аналитически. В широком смысле к вычислительной математике относится информатика, т.е. задачи, связанные с применением компьютеров и с программированием.

Пример 1. Рассмотрим простейшее кубическое уравнение

$$x^3 - a = 0, \quad a \in R.$$

Решение уравнения очевидное: $x = \sqrt[3]{a}$. Это аналитическое решение уравнения. Если число a является точным кубом, то корень извлекается точно и, соответственно, мы имеем точное решение задачи. Иначе мы должны располагать методом приближенного вычисления кубического корня из заданного вещественного числа (например, используя формулу Тейлора или степенные ряды).

Из этого примера следует, что даже если аналитическое решение задачи известно, может возникнуть необходимость применения каких-то приближенных методов для того, чтобы получить окончательное решение.

Дисциплина “Численные методы” являются одним из основных курсов в процессе подготовки студентов инженерного профиля так как он позволяет понять принципы и вычислительные методы, на которых разработаны пакеты профессиональных программ, используемые инженером, такие как пакеты: MATLAB, MATHCAD, MATHEMATICA и другие.

В процессе решения некоторой задачи на компьютере необходимо пройти несколько этапов:

- **Формулировка задачи.** На данном этапе осуществляется словесное описание рассматриваемой задачи и формулируются цели, которые преследуются.
- **Построение математической модели.** Под моделью понимают некоторое изоморфное представление объективной реальности, которое позволяет получить некоторое интуитивное, и вместе с тем точное, отображение исследуемого процесса или явления.

Процесс построения модели называется моделированием. При этом различают физические модели, математические модели, графические модели и т.д. Моделирование исследуемого процесса позволяет раскрыть некоторые его связи и закономерности, которые часто невозможно обнаружить другими способами.

Математическая модель представляет собой описание физического процесса с помощью неких формул, систем алгебраических или дифференциальных уравнений (обыкновенных или с частными производными), которые должны достаточно точно описывать физический объект. В общем случае математическая модель имеет непрерывный вид, например модель содержащие дифференциальные уравнения. Это приводит к необходимости перейти к дискретизации модели, с тем чтобы получить численное решение задачи.

- **Построение вычислительной модели.** Решение математической модели в численную осуществляют с помощью численных методов, которые позволяют решить поставленную задачу с помощью компьютера. Полученное решение после дискретизации задачи с применением численных методов должно быть таким, чтобы при переходе к пределу получить решение исходной непрерывной задачи. Кроме того, выбор

применяемых численных методов должен обладать свойство устойчивости к малым изменениям параметров задачи.

- **Проектирование (разработка) алгоритма.** Алгоритм решения задачи осуществляет переход от вычислительной модели к созданию программы для компьютера. На данном этапе разработанный алгоритм описывается с помощью псевдокода или блок-схем.
- **Программирование и тестирование.** На этом этапе по разработанному алгоритму составляется программа на выбранном языке программирования. После отладки программы переходят к тестированию модели, т.е. к проверке на соответствие полученных результатов ожидаемых.

Оглавление

<i>Введение</i>	3
I. ПОГРЕШНОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	6
1.1. Классификация погрешностей	6
1.2. Абсолютная и относительная погрешности	7
1.3. Действия с приближенными числами	10
II. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ	15
2.1. Отделение корней	16
2.2. Метод половинного деления (метод дихотомии)	21
2.3. Метод последовательных приближений (метод простых итераций)	22
2.4. Метод Ньютона (касательных)	27
2.5. Метод хорд и метод секущих	32
III. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	38
3.1. Элементы матричного анализа	39
3.2. Метод Гаусса	44
3.3. Метод квадратного корня	49
3.4. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод Якоби и метод Гаусса- Зейделя	53
3.5. Обращение матриц. Метод Жордана-Гаусса	63
4.1. Метод Ньютона	70
4.2. Метод простых итераций	73
V. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ	78
5.1. Постановка задачи интерполирования	78
5.2. Алгебраическое интерполирование функций	80
5.3. Интерполяционная формула Лагранжа	84

5.4. Интерполяционные формулы Ньютона.....	93
VI. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ	99
6.1. Метод прямоугольников и метод трапеций	100
6.2. Метод Симпсона (парабол).....	105
6.3. Формулы Ньютона-Котеса	107
6.4. Принцип Рунге	109
VII. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	112
7.1. Постановка задач	112
7.2. Решение ОДУ с помощью рядов.....	114
7.3. Метод Эйлера.....	119
7.4. Метод Рунге-Кутты	124
VIII. ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦ	129
8.1. Постановка задач	129
8.2. Методы Лаврье и Фаддеева решения задачи на собственные значения.....	134
8.3. Степенной метод определения собственных значений и	140
собственных векторов	140
8.4. Метод Крылова	145
IX. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	151
9.1 Метод перебора	152
9.2 Метод дихотомии.....	153
9.3. Метод золотого сечения	155
Дополнительная литература.....	160

Дополнительная литература

1. Richard L. Burden and J. Douglas Faires. Numerical Analysis,. Ninth Edition. Editor-in-Chief: Michelle Julet. Publisher: Richard Stratton, 2011.- 895 p. https://faculty.ksu.edu.sa/sites/default/files/numerical_analysis_9th.pdf
2. Marinescu Gh., Rizzoli I. ș.a. Probleme de analiză numerică rezolvate cu calculatorul. Editura Academiei Republicii România, București, 1987. - 264 p.
3. Larionescu Dan. Metode numerice. Editura Tehnică, București, 1989. -224 p.
4. Brătianu C, Bostan V., Cojocă L., Negreanu G. Metode numerice. Editura tehnică, București, 1996. -212 p.
5. Iorga V., Jora B., Nicolescu Cr., Lopătan I., Fătu I. Programare numerică. Editura Teora, București, 1996.-256p.
6. Волков Е. А. Численные методы. М. Наука, 1982.-254 p.
7. Турчак Л. И., Плотников П. В. Основы численных методов. Учебное пособие. // М.: Физматлит, 2005.
8. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 6-е изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.