

Динамика нелинейного кольцевого резонатора: возбудимость и когерентный резонанс

© В.З. Трончу, Р.А. Абрам*, С.С. Русу, П.И. Бардецкий

Технический университет Молдавии,
MD-2004 Кишинев, Молдавия

* Department of Physics, University of Durham, U.K.

E-mail: tronciu@mail.utm.md

(Поступила в Редакцию 17 апреля 2006 г.)

Рассмотрены явления возбудимости и когерентного резонанса в нелинейном кольцевом резонаторе в присутствии экситонов и биэкситонов. Бифуркационный анализ динамики кольцевого резонатора указывает на существование как самопульсаций, так и возбудимости. Доказано, что возбуждающаяся экситон-биэкситонная система в кольцевом резонаторе может проявить когерентный резонанс. Исследованы оптимальные условия реализации этих явлений и обсуждены их возможные приложения.

Работа выполнена в рамках проекта 307 b/s. Один из авторов (В.З.Т.) благодарит Фонд им. Александра Гумбольдта и Royal Society (U.K.) за финансовую поддержку.

PACS: 05.45.-a, 85.40.Qx, 07.07.Tw, 42.60.Da

1. Введение

Явления возбудимости и когерентного резонанса связаны с новыми, быстро развивающимися разделами оптики. Первоначально им уделялось наибольшее внимание в биологии [1–3] и химии [4]. Возбудимость в биологическом аспекте может быть проиллюстрирована поведением нейронов: импульсы с амплитудой ниже порогового значения возбуждают локальные, не распространяющиеся отклики, в то время как надпороговые импульсы вызывают интенсивную реакцию системы. Недавно было предсказано, что возбудимость может иметь место и в оптических системах. При определенных условиях возбудимость может проявиться в нелинейном кольцевом резонаторе [5,6], в лазере с насыщающимся поглотителем [7], а также в полупроводниковом лазере с запаздывающей оптической обратной связью [8]. В случае лазера с рассеивающим отражателем это явление было изучено как теоретически, так и экспериментально [9,10].

Возбудимость в оптических системах на полупроводниках привлекает существенный интерес в связи с перспективами практического применения в оптоэлектронных устройствах. Ее изучение базируется на обсуждении двух возможных механизмов [11]. Так называемая возбудимость первого рода происходит, когда особая точка типа седла в соответствующем фазовом пространстве находится вблизи точки устойчивого равновесия, в то время как возбудимость второго рода является результатом потери устойчивости из-за бифуркаций Андронова–Хопфа.

Учет влияния шумов при изучении нелинейных систем является особенно интересным. Действие шума на колебательные, возбуждаемые или бистабильные системы может привести к различным результатам [12], но в настоящей работе мы ограничимся лишь рассмотрением явления когерентного резонанса в возбуждаемом кольцевом резонаторе.

Когерентный резонанс происходит, когда существует почти периодический отклик системы на действие шума и его можно ассоциировать с почти периодической траекторией фазового пространства возмущенной системы. Такое поведение можно объяснить различными зависимостями от шума времен активации и возврата (время активации — это время, необходимое для возбуждения системы из состояния, соответствующего устойчивой точке, а время возврата — это время, необходимое для возвращения системы из возбужденного состояния в устойчивое). Упрощенной версией модели Ходкина–Хаксли, в то же время допускающей аналитическое рассмотрение, является модель ФицХага–Нагумо [3]. В рамках этой модели было показано, что индуцированные шумом когерентные осцилляции становятся наиболее сильными при определенных амплитудах внешнего шума. В [7] приведено теоретическое доказательство существования когерентного резонанса в лазерах с насыщающимся поглотителем. Это же явление было изучено теоретически на основе модели Ланга–Кобаяши и в лазерах с обратной оптической связью [13]. Недавно в работе [14] было приведено также и экспериментальное доказательство существования когерентного резонанса, а также показано влияние шума на интенсивность диодного лазера с обратной связью.

Возможность существования явления возбудимости в системе экситонов и биэкситонов в нелинейном кольцевом резонаторе предсказана в [6]. В настоящей работе обобщены полученные нами в [6] результаты и представлено первое теоретическое доказательство существования когерентного резонанса в такой системе. Получены уравнения, описывающие модель системы, и обсуждаются возможные бифуркации в динамическом поведении системы. Показано также, что в возбужденном нелинейном кольцевом резонаторе имеет место когерентный резонанс.

2. Динамика экситонов и биэкситонов в кольцевом резонаторе

Рассмотрим систему экситонов и биэкситонов, находящихся в нелинейном кольцевом резонаторе. Пусть образец длиной L помещен между входным и выходным зеркалами резонатора, которые характеризуются коэффициентом пропускания T . Два других зеркала резонатора считаются идеально отражающими (рис. 1). Предположим, что оптическая нелинейность обусловлена рождением биэкситонов вследствие экситон-фотонного взаимодействия [15]. Для простоты описания микроскопической динамики будем использовать трехуровневую модель и гигантскую силу осциллятора [16], рассматривая при этом отклик системы при одновременном действии двух независимых оптических импульсов. Фотоны первого импульса Y_1 находятся в резонансе с квантовым переходом в экситонной области спектра, в то время как фотоны второго импульса Y_2 индуцируют экситон-биэкситонную конверсию. Динамика этой системы описывается следующей безразмерной системой уравнений [6]:

$$\frac{dX_1}{d\tau} = \sigma(-X_1 + 2CU + Y_1), \quad (1)$$

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \sigma(-X_2 + 2CV + Y_2), \quad (2)$$

$$\frac{dU}{d\tau} = -\gamma U - \gamma(X_1 + X_2V), \quad (3)$$

$$\frac{dV}{d\tau} = -V + X_2U, \quad (4)$$

где X_j и Y_j — нормированные амплитуды полей, показанных на рис. 1, а U и V — нормированные амплитуды экситонов и биэкситонов соответственно, $\tau = \gamma_{\text{ex}} t$ — безразмерное время, σ описывает затухание амплитуды электрического поля в резонаторе, $\gamma = \gamma_{\text{ex}}/\gamma_{\text{biex}}$ (γ_{ex} и γ_{biex} — константы затухания экситонов и биэкситонов, определяющие скорость ухода соответствующих квазичастиц из когерентных мод в некогерентные), C — так

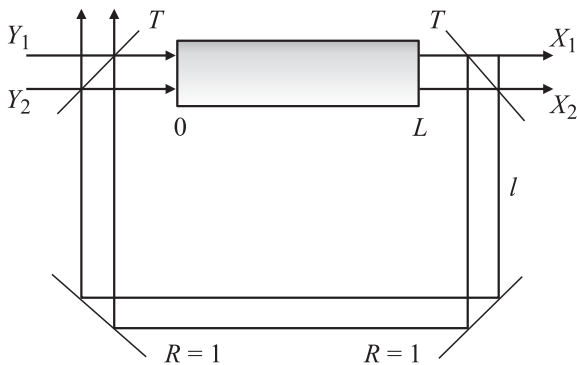


Рис. 1. Схема кольцевого резонатора. Y_1 и Y_2 — амплитуды падающих полей, а X_1 и X_2 — прошедших полей. Коэффициенты пропускания зеркал T на входе и выходе резонатора равны 0.01. Расстояние между зеркалами L .

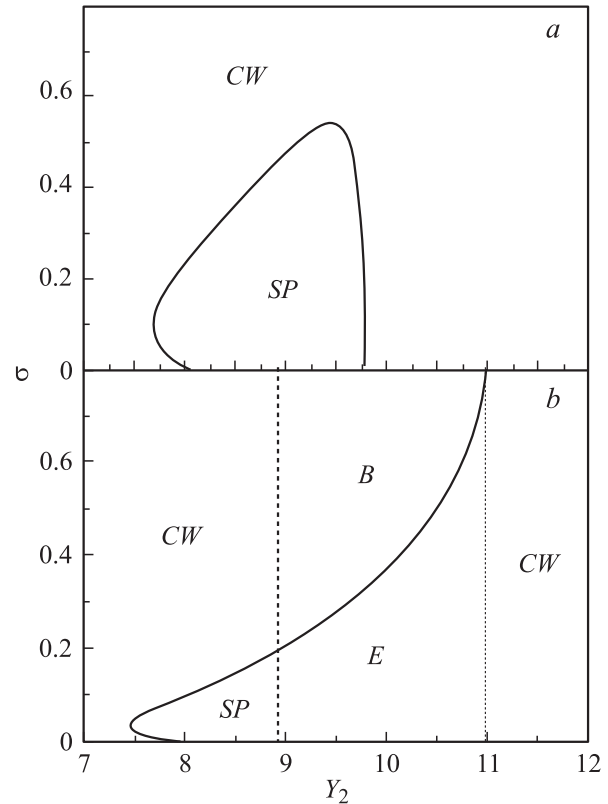


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма системы уравнений (1)–(4) при $Y_1 = 10$, $\gamma = 0.1$ и двух значениях постоянной C . а) $C = 5$ (возбудимость отсутствует), б) $C = 10$ (возможны возбудимость и резонансы). Области CW соответствуют устойчивым стационарным состояниям, B — бистабильным, SP — самопульсациям, E — состояниям возбудимости.

называемая постоянной оптического гистерезиса. Отметим, что в [17,18] для аналогичной системы нами изучены явления оптической бистабильности, переключения и самопульсации экситонов и биэкситонов в отсутствие внешнего шума с учетом ее бифуркаций. В работе [17] изучены стационарная и нестационарная оптическая бистабильность и мультистабильность, а также предсказана возможность возникновения пространственной турбулентности в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов в различных кристаллах. В [18] найден сценарий перехода в режим динамического хаоса.

На рис. 2 представлены различные сценарии поведения системы в плоскости σ – Y_2 при двух значениях постоянной C . Как видно из рис. 2, а, при $C = 5$ в системе имеются только области, соответствующие самопульсациям и стабильным стационарным состояниям. На рис. 2, б представлены результаты расчета при $C = 10$. Кроме названных областей здесь имеются области, соответствующие бистабильности и возбудимости. Анализ устойчивости стационарных состояний в линейном приближении показывает, что в области, соответствующей возбудимости, вблизи устойчивого узла имеется особая точка типа седла, обеспечивающая, как

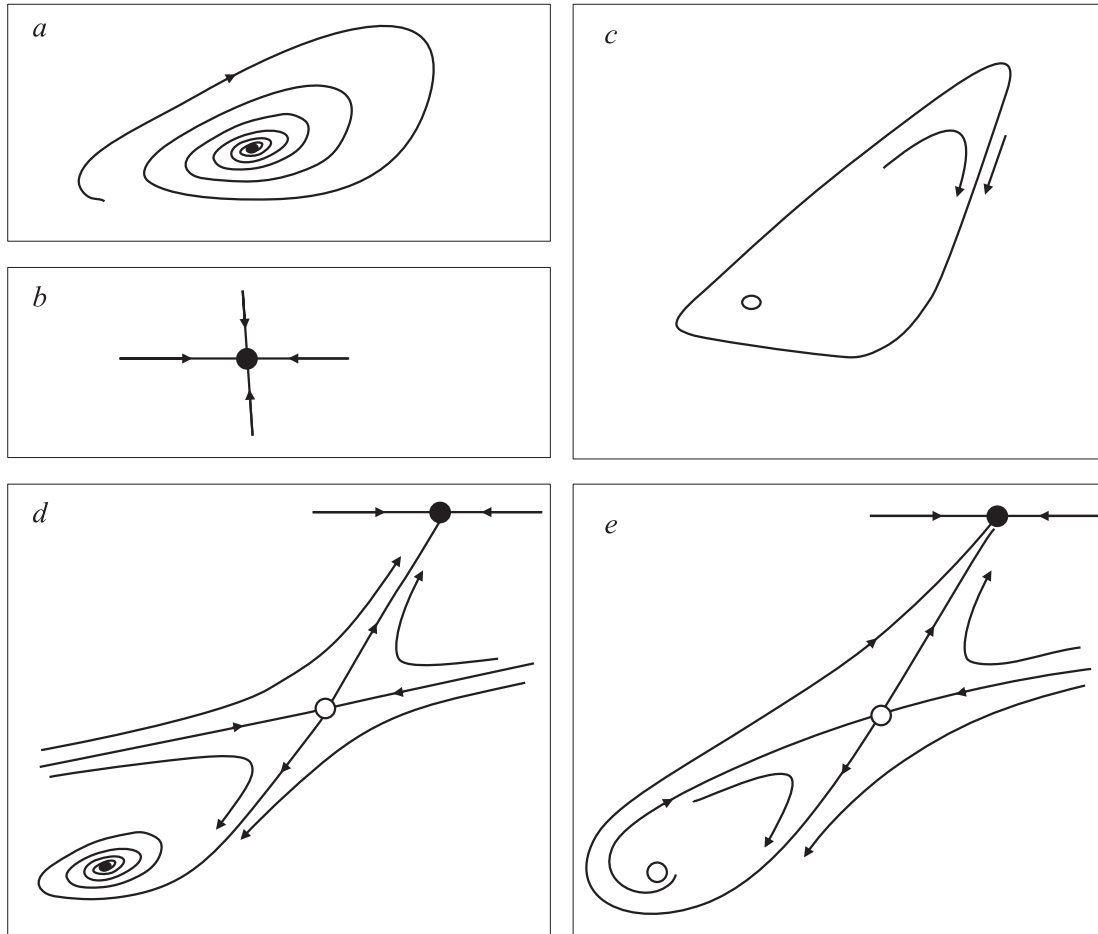


Рис. 3. Фазовые портреты системы уравнений (1)–(4), соответствующие различным областям на рис. 2, *b*. Устойчивые стационарные состояния обозначены темными кружками, а неустойчивые — светлыми. *a* и *b* — стационарные области при малых (устойчивый фокус) и больших (устойчивый узел) значениях нормированной амплитуды Y_2 ; *c* — предельный цикл в области *SP*; *d* — бистабильная область *B* с особой точкой типа седла, устойчивым узлом и устойчивым фокусом; *e* — область возбудимости *E* с седлообразной особой точкой, устойчивым узлом и нестабильным фокусом.

было отмечено ранее, механизм возбудимости системы. Фазовые портреты упомянутых выше областей представлены на рис. 3. Как видно из рис. 3, *a* и *b*, при малых значениях амплитуды Y_2 в стабильной стационарной области имеется устойчивый фокус, а при больших амплитудах Y_2 — устойчивый узел. На рис. 3, *c* представлен типичный фазовый портрет в области самопульсаций, где траектории стремятся к предельному циклу. В области бистабильности, как видно из рис. 3, *d*, сосуществуют особые точки типа седла, устойчивый узел и устойчивый фокус. В области возбудимости (рис. 3, *e*) фокус становится нестабильным, а фазовый портрет и общий отклик системы проявляют характерные свойства возбудимости.

Представляет также интерес исследование влияния шума на динамику экситонов и биекситонов в кольцевом резонаторе. Нами проведен компьютерный эксперимент, в котором система уравнений (1)–(4) проинтегрирована при следующих значениях параметров: $Y_1 = 10$, $\gamma = 0.1$, $\sigma = 0.1$, $Y_2 = 9.0$. Указанные значения выбраны таким

образом, чтобы рабочая точка находилась в области возбудимости, указанной на рис. 2, *b*. В отсутствие шума амплитуды прошедших полей постоянны и после нескольких релаксационных колебаний траектории стремятся к устойчивым состояниям.

Учтем теперь внешний шум. В этом случае уравнение (2) может быть переписано в следующем виде [19]:

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \sigma(-X_2 + 2CUV + Y_2 + Z), \quad (5)$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = -\frac{1}{\tau_c} Z + \frac{(2D)^{1/2}}{\tau_c} \xi(\tau), \quad (6)$$

где Z — окрашенный внешний шум, характеризуемый автокорреляционной функцией

$$\langle \xi(\tau) \xi(\tau') \rangle = \frac{D}{\tau_c} e^{-(\tau-\tau')/\tau_c}$$

со временем корреляции τ_c и гауссовским распределением белого шума $\xi(\tau)$ с нулевым средним и равным единице стандартным отклонением.

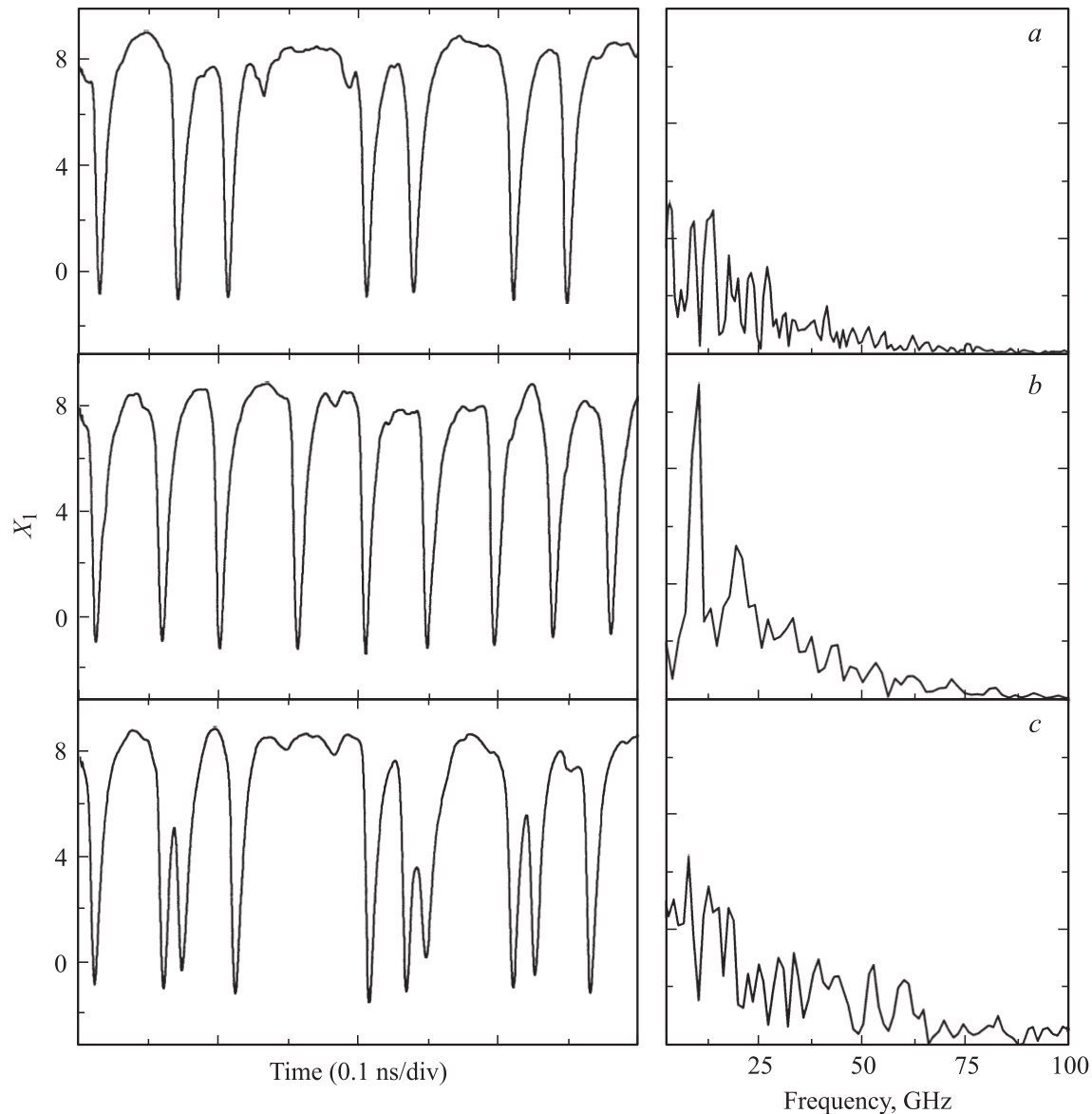


Рис. 4. Слева — временная эволюция амплитуды X_1 при различных уровнях внешнего шума. $D = 0.7$ (a) 0.9 (b) и 2.0 (c). Справа — энергетический спектр, соответствующий каждой траектории левой части. Рабочая точка находится в области возбудимости E . $Y_1 = 10$, $\gamma = 0.1$, $\sigma = 0.1$, $Y_2 = 9.0$.

При включении шума с уровнем $D = 0.7$ и временем корреляции $\tau_c = 0.1$ на выходе из резонатора обнаружена случайная последовательность импульсов, подобная показанной на рис. 4, a. С ростом уровня шума импульсы, выходящие из резонатора, становятся более частыми, и это очевидно влияет не только на длительность и разделение импульсов, но и на их амплитуды. В частности, при $D = 0.9$ отклик системы приобретает регулярность, характерную для когерентного резонанса (рис. 4, b). Однако дальнейший рост уровня шума приводит к появлению на выходе из резонатора импульсов нерегулярной формы, как показано на рис. 4, c при $D = 2.0$. Следовательно, можно заключить, что отклик системы является более регулярным вблизи критиче-

ского значения $D = 0.9$, т.е. это оптимальный уровень внешнего шума для достижения когерентного резонанса. Такое поведение системы подтверждается также и энергетическими спектрами поля X_1 , показанными справа на рис. 4.

Таким образом, показано, что система экситонов и биэкситонов в кольцевом резонаторе может проявить когерентные резонансы. Если такой эффект удастся воспроизвести экспериментально, то он найдет применение в коммуникационных системах, где необходим источник регулярных импульсов. Такие импульсы могут быть получены в результате взаимодействия кольцевого резонатора с подходящим источником шума.

3. Заключение

Показано, что экситон-биэкситонная система, помещенная в кольцевой резонатор, может проявить когерентные резонансы. Исходя из бифуркационного анализа определен интервал оптимальных параметров, при которых система становится возбуждаемой. Установлено, что возбудимость является следствием наличия у системы особых точек типа седла в непосредственной близости от устойчивого узла в соответствующем фазовом пространстве. Доказано, что результатом воздействия на возбуждаемую систему шумом низкого уровня является последовательность произвольных импульсов на выходе. Однако с ростом уровня шума вплоть до соответствующего значения отклик системы становится почти периодическим, до некоторой степени характерным для когерентного резонанса. Дальнейший рост уровня шума приводит к появлению нерегулярного сигнала на выходе. Из изложенного выше можно заключить, что данный тип возбуждаемой системы может найти применение в качестве функционального оптоэлектронного элемента.

Список литературы

- [1] R. FitzHugh. Bull. Mathem. Biophys. **17**, 257 (1955).
- [2] J.D. Murray. Mathematical Biology. Springer, Berlin (1990).
- [3] A.S. Pikovsky, J.K. Kurths. Phys. Rev. Lett. **78**, 775 (1997).
- [4] S. Grill, V.S. Zykov, S.C. Muller. Phys. Chem. **100**, 19 082 (1996).
- [5] W. Lu, D. Yu, R.G. Harrison. Phys. Rev. A **58**, R 809 (1998).
- [6] V.Z. Tronciu, R.A. Abram. Phys. Rev. E **65**, 026 616 (2002).
- [7] J.L.A. Dubbeldam, B. Krauskopf, D. Lenstra. Phys. Rev. E **60**, 6580 (1999).
- [8] J. Mulet, C.R. Mirasso. Phys. Rev. E **59**, 5400 (1999).
- [9] V.Z. Tronciu, H.-J. Wünsche, K.R. Schneider, M. Radziunas. Proc. SPIE **4283**, 347 (2001).
- [10] H.-J. Wünsche, O. Brox, M. Radziunas, F. Henneberger. Phys. Rev. Lett. **88**, 023 901 (2002).
- [11] E.M. Izhikevich. Int. J. Bifurcation Chaos **10**, 1171 (2000).
- [12] B. Lindner, L. Schimansky-Geier. Phys. Rev. E **61**, 6103 (2000).
- [13] J.M. Buldú, J. Garcia-Ojalvo, C.R. Mirasso, M.C. Torrent, J.M. Sancho. Phys. Rev. E **64**, 051 109 (2001).
- [14] F. Marino, M. Giudici, S. Barland, S. Balle. Phys. Rev. Lett. **88**, 040 601 (2002).
- [15] S.A. Moscalenco, D.W. Snoke. Bose-Einstein condensation of excitons and Biexcitons and coherent nonlinear optics with excitons. Cambridge University Press, N.Y. (2000).
- [16] A.A. Gogolin, E.I. Rashba. Письма в ЖЭТФ **17**, 478 (1973); E. Hanamura. Solid State Commun. **12**, 951 (1973).
- [17] В.А. Залож, А.Н. Ротару, В.З. Трончу. ЖЭТФ **105**, 164 (1994).
- [18] А.Х. Ротару, В.З. Трончу. ФТТ **41**, 1939 (1999).
- [19] R. Mannella. In: Noise in Nonlinear Dynamical Systems / Eds F. Moss, P.V.E. McClintock. Cambridge University Press, Cambridge, England (1989). Vol. 3. P. 198.