INFLUENȚA ÎNCASTRĂRILOR ELASTICE LA VALORILE FORȚELOR CRITICE

Autor: Viorica MICLEUŞANU
Conducător ştiinţific: dr. conf. univ. Mihail BÎRCĂ

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *Se analizează influența încastrărilor elastice la valoarea forțelor critice. Sunt rezolvate exemple concrete, rezultatele fiind comparate cu forțele critice pentru barele cu reazeme perfecte.*

Cuvinte cheie: *stabilitate, încărcare critică, încastrări elestice.*

1.Noțiuni generale

Ecuația diferențială a axei barei încovoiate comprimate centric are forma:

$$EI\frac{d^2y(x)}{dx^2}=-M(x) \tag{1}$$

Forma axei barei după pierderea stabilității este dată în fig.1

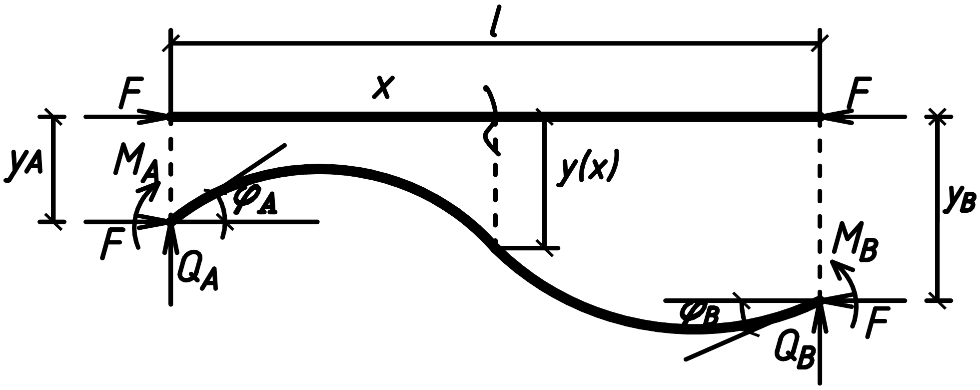

Fig. 1 Forma axei barei încovoiate

Momentul de încovoiere se determină din relația :

$$M(x)=M_A+Q_A\cdot x+F\cdot\left[y(x)-y_A\right] \tag{2}$$

După substituția (2) în (1) se obține ecuația diferențială neomogenă:

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2}+\frac{F}{EI}y(x)=\frac{1}{EI}\left(F\cdot y_A-M_A-Q_A\cdot x\right) \tag{3}$$

Soluția ecuației neomogene (3) se reprezintă sub forma:

$$y(x)=\bar{y}(x)+\tilde{y}(x) \tag{4}$$

unde:

$\bar{y}(x)$ - este soluția generală a ecuației omogene

$\tilde{y}(x)$ soluția particulară a ecuației neomogene,

$$\bar{y}(x)=C_1\cos nx+C_2\sin nx \tag{5}$$

$$\tilde{y}(x)=y_A-\frac{1}{n^2EI}\left(M_A+Q_Ax\right) \tag{6}$$

În forma parametrilor inițiali ecuația axei încovoiate se reprezintă:

$$y(x) = C_1 \cos nx + C_2 \sin nx + y_A - \frac{1}{n^2 EI}\left(M_A + Q_A \cdot x\right) \tag{7}$$

Soluția obținută permite deterninarea forțelor critice pentru diferite condiții de rezemare.

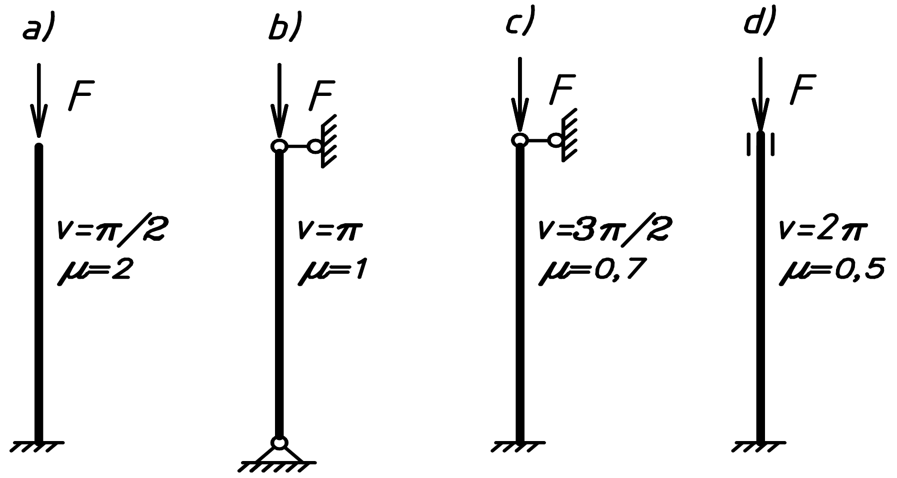

Fig.2 Forțele critice pentru reazeme perfecte

2 Analiza influenței încastrărilor elastice

În cadre, barele comprimate intră în noduri rigide. Rigiditatea nodurilor influențează la valorile forțelor critice.Ca exemplu, determinăm forța critică pentru un cadru cu un nod rigid alcătuit din 2,3 şi 4 bare.

2.1Nod rigid cu 2 bare.

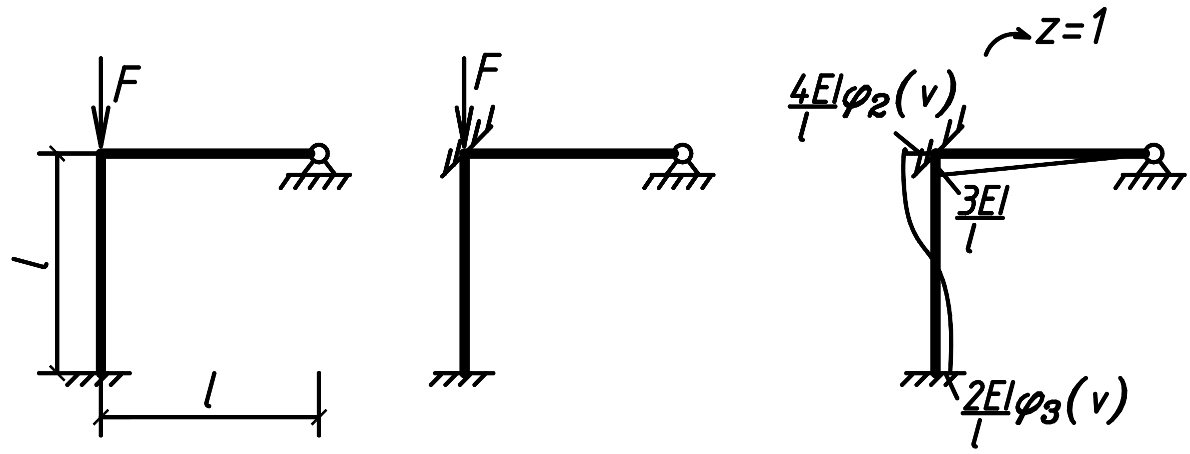

Fig. 3 Nod rigid cu 2 bare

Ecuația canonică

$$r_{11} z_1 + R_{1F} = 0 \tag{8}$$

Dacă forțe transversale nu sunt aplicate atunci $R_{1F} = 0$ şi ecuația (8) devine omogenă.

Soluție diferită de zero este posibilă cînd $r_{11} = 0$

$$r_{11} = \left[\frac{4EI}{l}\varphi_2\left(v\right) + \frac{3EI}{l}\right] = 0 \tag{9}$$

Ecuația (9) se rezolvă folosind tabelele valorilor funcțiilor de corecție a diagramelor în barele comprimate.
Pentru cazul considerat $v_{cr} = 5,2$

2.2 Nord rigid din trei bare

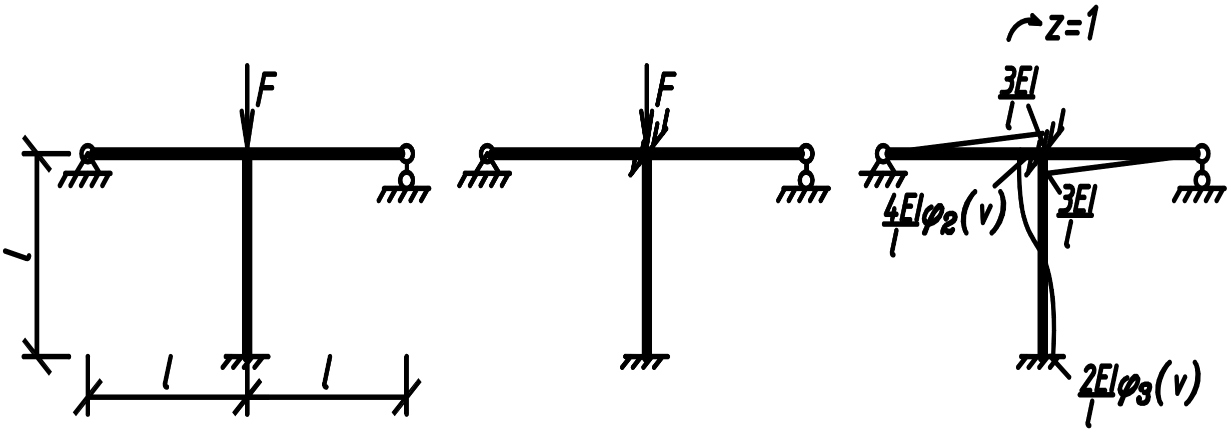

Fig.4 Nod rigid cu 3 bare

Rezolvînd ecuația de stabilitate obținem că $v_{cr} = 5,5$

2.3Nod rigid din 4 bare

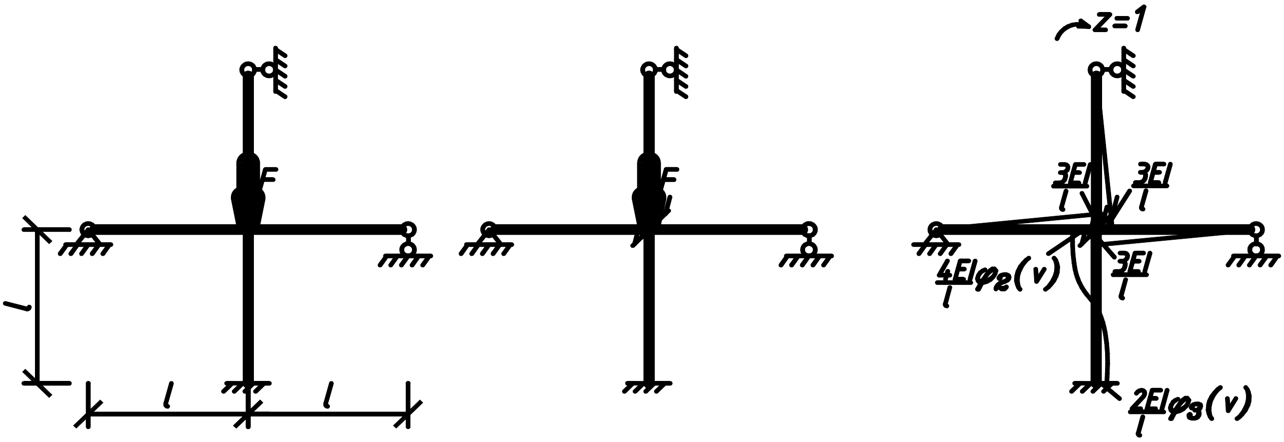

Fig.4 Nod rigid cu 4 bare

Pentru cazul considerat $v_{cr} = 5,7$

Concluzie:

Mărind numărul de bare crește valoarea critică a parametrului de încărcare axială apropiinduse de valoarea pentru bara încastrată la ambele capete.