



Digitally signed by  
Library TUM  
Reason: I attest to the  
accuracy and integrity  
of this document

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI**

**Facultatea Inginerie și Management  
în Construcția de Mașini**

**Catedra Bazele Proiectării Mașinilor**

**REZISTENȚA MATERIALELOR**

**Modelul matematic al solidului  
deformabil liniar elastic**

**Note de curs**

**Chișinău  
U.T.M.  
2013**

Notele de curs includ descrierea detaliată a etapelor de creare a modelului matematic al solidului deformabil.

Ciclul prelegerilor este destinat studenților specialităților 521.1 "Tehnologia Construcțiilor de Mașini", 521.2 "Construcții de Echipamente și Mașini Agricole", 521.3 "Mașini și Sisteme de producție"; masteranzilor și doctoranzilor facultăților mecanică și de construcții, care doresc să-și aprofundeze cunoștințele în domeniul Rezistenței Materialelor.

Autori: conf. univ., dr. V. Bălan  
conf. univ., dr. N. Sveatenco

Redactor responsabil: prof. univ., dr. hab. V. Marina

Recenzent: conf. univ., dr. Eu. Savcenco

Redactor: E. Gheorghişteanu

---

|                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| Bun de tipar 09.07.2013   | Formatul hârtiei 60x84 1/16 |
| Hârtie offset. Tipar RISO | Tirajul 60 ex.              |
| Coli de tipar 6,75        | Comanda nr. 85              |

---

U.T.M., 2004, Chişinău, bd. Ştefan cel Mare, 168  
Editura "Tehnica – UTM"  
2068, Chişinău, str. Studenţilor, 9/9

© U.T.M., 2013

## PREFAȚĂ

O imagine clară a teoriei despre rezistența, rigiditatea și stabilitatea sistemelor mecanice poate fi obținută doar în cadrul mecanicii solidului deformabil, părțile componente ale căreia sunt: Rezistența Materialelor, Teoria Elasticității, Teoria Plasticității, Mecanica Ruperii etc.

Fundamentul teoretic al mecanicii solidului deformabil este modelul matematic al solidului deformabil, elaborat de renumitul savant francez Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), care reprezintă un sistem de ecuații diferențiale cu derivate parțiale. Procesul de formare a acestui sistem necesită cunoștințe profunde în fizică și matematică, pe care studenții ciclului I de studii nu le posedă și pentru care nu sunt prevăzute ore suplimentare în planurile de studii ale specialităților tehnice. De aceea, în cursul tradițional de Rezistența Materialelor, în baza unor ipoteze foarte simplificatoare, problemele tridimensionale ale solidului deformabil se reduc la probleme unidimensionale, cum este, de exemplu, teoria barelor.

Apelarea la problemele bi- și tridimensionale se efectuează într-o manieră foarte superficială, cauza fiind refuzul de a prezenta riguros fundamentul teoretic al solidului deformabil, cu consecințe grave în explicarea unor astfel de fenomene, precum este concentrarea de tensiuni, problemele de contact, studiul deformării plăcilor, a învelișurilor cu geometrii deosebite și a corpurilor masive.

În lucrare sunt prezentate riguros și consistent definițiile de bază: tensiune, deformație, tensorul tensiunilor, tensorul deformațiilor, tensorul deformațiilor mici, tensorul rotirii locale de corp rigid și, ulterior, ecuațiile de mișcare și echilibru, ecuațiile geometrice liniare, relațiile fizice liniare pentru materialul anizotrop și materialul izotrop. Aceste cunoștințe permit o trecere naturală la metodele moderne de calcul numeric specifice erei calculatoarelor: metoda diferențelor finite și metoda elementelor finite.

Lucrarea se adresează studenților cu spirit de cercetare, masteranzilor, inginerilor proiectanți, doctoranzilor.

## CUPRINS

|  |    |
|--|----|
| PREFAȚĂ.....   | 3  |
| 1. INTRODUCERE.....  | 4  |
| 1.1. Obiectul, problemele și metodele<br>Rezistenței Materialelor.....   | 4  |
| 1.2. Istoria științei.....   | 6  |
| 1.3. Obiectul real și modelul de calcul.....   | 11 |
| 1.4. Modelul materialului.....   | 11 |
| 1.5. Modelul formei.....   | 13 |
| 1.6. Modelul încărcării (clasificarea forțelor<br>exterioare).....   | 14 |
| 1.7. Condițiile întreruperii funcționării<br>modelului de calcul.....  | 17 |
| 2. FORȚE ȘI TENSIUNI.....  | 18 |
| 2.1. Forțe exterioare și interioare.....   | 18 |
| 2.2. Principiul tensiunilor Cauchy. Vectorul<br>tensiunilor și tensorul tensiunilor.....                         | 19 |
| 2.3. Teorema fundamentală a lui Cauchy.....  | 23 |
| 2.4. Ecuațiile de echilibru și mișcare ale<br>mediului continuu.....   | 25 |
| 2.5. Legea dualității tensiunilor tangențiale.....   | 29 |
| 2.6. Legea de transformare a componentelor<br>tensorului tensiunilor la rotirea sistemului<br>de coordonate..... | 32 |
| 2.7. Tensiuni principale. Direcții principale.....   | 33 |
| 2.8. Clasificarea stărilor de tensiune.....  | 38 |
| 3. DEPLASĂRI ȘI DEFORMAȚII.....  | 42 |
| 3.1. Configurația corpului. Mișcarea corpului<br>deformabil. Vectorul deplasărilor.....                          | 42 |
| 3.2. Variația lungimii fibrei materiale și a   |    |

|  |     |
|--|-----|
| mărimii unghiului dintre două direcții.....  | 44  |
| 3.3. Tensorul deformațiilor mici .....   | 49  |
| 3.4. Tensorul de rotație locală a solidului rigid.....   | 50  |
| 3.5. Deformațiile principale. Deformația<br>specifică volumică.....                                | 53  |
| 3.6. Starea plană de deformație. Măsurarea<br>deformațiilor de pe suprafață.....                   | 56  |
| 3.7. Ecuații de compatibilitate.....   | 59  |
| 3.8. Calculul deplasărilor.....  | 60  |
| <br>   |     |
| 4. ECUAȚII CONSTITUTIVE. TEORII DE<br>REZISTENȚĂ .....   | 63  |
| 4.1. Descompunerea tensorilor tensiunilor și<br>deformațiilor în tensori sferici și deviatori..... | 63  |
| 4.2. Tensiunile și deformațiile barei la<br>întindere și compresiune.....                          | 67  |
| 4.3. Încercarea la întindere. Procese reversibile<br>și ireversibile.....                          | 69  |
| 4.4. Plasticitate și fragilitate.....  | 74  |
| 4.5. Ecuații constitutive ale materialului<br>Izotrop.....   | 76  |
| 4.6. Legea lui Hooke generalizată în cazul<br>stării plane.....                                    | 81  |
| 4.7. Energia potențială de deformație.....   | 84  |
| 4.8. Ecuații constitutive ale materialelor<br>anizotrope.....                                      | 89  |
| 4.9. Teoriile clasice de rezistență.....   | 93  |
| <br>   |     |
| ÎNCHEIERE.....   | 105 |
| <br>   |     |
| BIBLIOGRAFIE.....  | 106 |

## BIBLIOGRAFIE

1. Gh. Pisarenco, V. Agarev, A. Kvitka, V. Popkov, E. Umanski. Rezistența materialelor. Trad. din l. rusă. – Chișinău, Editura Lumina: 1993, pag. 784.
2. V.I. Feodosiev. Rezistența materialelor. Trad. din l. rusă. – Chișinău, Editura Lumina: 1992, pag. 496.
3. V. Marina. Introducere în mecanica corpului deformabil și rezistența materialelor. Ciclul de prelegeri. Părțile I, II, III, IV. – Chișinău, Editura UTM: 1993, 1994, 1995, pag.56.
4. V. Marina. Calculul tensorial. Pentru ingineri. Vol. I. – Chișinău, Editura Tehnica-Info: 2006, pag.404.
5. E. Alămoreanu, Gh. Buzdugan, N. Iliescu, I. Mincă, M. Sandu. Îndrumar de calcul în ingineria mecanică. – București, Editura Tehnică:1996, pag. 452.
6. Hütte. Manualul inginerului. Fundamente. Trad. din l. germană. – București, Editura Tehnică:1995, pag. 1384.
7. Дж. Мейз. Теория и задачи механики сплошных сред. Пер. с англ. – Москва, Мир: 1974, 320с.
8. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – Москва, Наука: 1986, 560с.
9. Работнов Ю.Н. Механика твердого деформируемого тела. – Москва, Наука: 1979, 736с.
10. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Пер.с англ. – Москва: Наука, 1979, 560с.
11. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. Учеб. для строит. спец. вузов. – Москва, Высш.шк.: 1990, 400с.
12. Жемочкин Б.Н. Теория упругости. – Москва, Госстройиздат: 1957, 256с.