



Digitally signed by  
Library TUM  
Reason: I attest to the  
accuracy and integrity  
of this document

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI**

**FACULTATEA CALCULATOARE, INFORMATICĂ ȘI  
MICROELECTRONICĂ**

**DEPARTAMENT INFORMATICĂ ȘI INGINERIA  
SISTEMELOR**

**SISTEME ȘI REȚELE DE AȘTEPTARE  
MARKOVIENE**

**Chișinău**  
**Editura „Tehnica-UTM ”**  
**2019**

**CZU 519.217/.218+004.725.4(075.8)**

**G 98**

Manualul este destinat studenților programului de studii 0612.1 *Calculatoare și Rețele* al Universității Tehnice a Moldovei, care studiază disciplina *Metode și modele de calcul* și alte discipline conexe la anul universitar II și III la programele de studii 0612.1 *Calculatoare și Rețele*, 0613.1 *Tehnologia informației*, 0613.2 *Securitatea informațională*, în care sunt aplicate modele de tip lanțuri Markov, sisteme de așteptare și rețele de așteptare markoviene la elaborarea și analiza sistemelor cu caracter stocastic de funcționare.

Manualul este recomandat pentru editare de către Senatul Universității Tehnice a Moldovei.

Autor: prof. univ., dr. hab. Emilian GUȚULEAC

Recenzenți: prof. univ., dr. ing. Gheorghe CĂPĂȚĂNĂ  
conf. univ., dr. Vasile MORARU

Redactor responsabil: conf. univ., dr. Sergiu ZAPOROJAN

**DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII**

**Guțuleac, Emilian.**

Sisteme și rețele de așteptare markoviene / Emilian Guțuleac; red. resp.: Sergiu Zaporojan; Univ. Tehn. a Moldovei, Fac. Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Dep. Informatică și Ingineria Sistemelor. – Chișinău: Tehnica-UTM, 2019. – 284 p.: fig.

Bibliogr.: p. 275-279 (52 tit.). – 100 ex.

ISBN 978-9975-45-578-7.

519.217/.218+004.725.4(075.8)

G 98

## INTRODUCERE

Proiectarea sistemelor de calcul, a rețelelor de calculatoare și a rețelelor de comunicații are ca obiective principale stabilirea configurației, fixarea capacității legăturilor de comunicație, elaborarea protocoalelor și identificarea unui mod performant prin care acestea sunt partajate între fluxurile informaționale active la momentul dat [11, 33, 34, 35, 49, 51]. Toate aceste sarcini trebuie raportate, deopotrivă, la administratorii, operatorii de rețea și la utilizatorii de servicii. Punctul de vedere al operatorilor se referă, cu precădere, la asigurarea unei utilizări cât mai mari de transferuri informaționale, scopul final fiind obținerea unor câștiguri maxime cu cheltuieli minime. În schimb, pretențiile utilizatorilor vizează, în principal, modul în care serviciile sunt satisfăcute, situații precum așteptarea unei căi libere până la destinație, pierderea sau alterarea informației și întârzierea transferurilor de pachete fiind de dorit a fi cât mai rare. Pentru toate aceste aspecte sunt definite următoarele două categorii de indicatori [19, 34]:

- **gradul de servire, GoS (*Grade of Service*)**, care se referă la posibilitățile de a beneficia de un anumit serviciu;
- **calitatea servirii, QoS (*Quality of Service*)**, care precizează posibilitățile pe care le oferă un anumit serviciu pe durata utilizării acestuia.

Caracteristicile utilizate pentru exprimarea calității servirii în rețelele cu comutație de pachete se împart în două categorii: *categoria indicatorilor asociați serviciilor cu sau fără conexiune și categoria indicatorilor proprii serviciilor cu conexiune*. În prima categorie se află indicatorii legați de transmiterea unei singure unități informaționale (pachet, cadru), precum: întârzierea măsurată prin medie, deviație standard etc.; probabilitatea coruperii, pierderii, duplicării și/sau livrării greșite; protecția față de accesul neautorizat; prioritatea în livrare, dar și parametrii care iau în considerare fluxurile informaționale în ansamblu, ca de exemplu: eficiența transferului, măsurată prin durata medie, deviație standard etc.; probabilitatea livrării în dezordine.

Din a doua categorie fac parte caracteristicile precum: întârzierea stabilirii unei conexiuni; probabilitatea eşecului în stabilirea unei conexiuni; întârzierea eliberării unei conexiuni; elasticitatea conexiunii.

Obiectele modelării în ingineria tehnică sunt *sistemele* și *procesele* de funcționare ale acestora. În special, în domeniul ingineriei și științei calculatoarelor obiectele modelării sunt procesele de calcul, sistemele de calcul și rețelele de calculatoare.

Evaluarea caracteristicilor cantitative QoS, ce caracterizează un anumit sistem de calcul, rețea de calculatoare sau rețea de telecomunicații, se poate face prin **modelare matematică** sau **analiză statistică** a rezultatelor experimentale. În primul caz beneficiem de formule de calcul, valabile în anumite ipoteze, ca de exemplu, considerarea procesului de sosire a pachetelor într-o interfață de ieșire a unui anumit ruter ca fiind de tip Poisson. În al doilea caz, uzăm de un aparat matematic diversificat, care ne oferă o serie de **statistici** (medie, deviație standard, autocovarianță, interval de încredere etc.) corespunzătoare eșantionului de rezultate prin măsurători.

Măsurătorile se pot desfășura într-un cadru real de funcționare a sistemului sau prototipului supus analizei, ori într-un context virtual, folosind simularea. Principial, **simularea** constă în imitarea, prin intermediul, de exemplu, a unui program pe calculator, a realității, atât în privința modului de funcționare a sistemului, cât și a sarcinii la care este expus.

Modelarea matematică este un instrument puternic și eficient de cercetare a diferitelor obiecte, sisteme și procese în diverse domenii ale activității umane. Diversitatea proceselor, care apar în sistemele investigate, determină varietatea metodelor și mijloacelor matematice, utilizate în teoria modelării [1, 11, 24, 32, 33, 46].

Modelarea este un proces complex de cercetare în mai multe etape ale sistemelor, destinat identificării proprietăților comportamentale și legităților inerente ale sistemelor studiate, în vederea creării sau modernizării acestora. În procesul de modelare sunt rezolvate o mulțime de probleme interdependente, dintre care cele

mai importante sunt: elaborarea, validarea și dezvoltarea modelului; analiza proprietăților comportamentale și determinarea unor recomandări pentru modernizarea sistemului existent sau la proiectarea unui nou sistem.

Majoritatea sistemelor tehnice, inclusiv sistemele de calcul și rețelele de calculatoare, sunt descrise prin modele de procese stocastice discrete [1, 11, 19, 35, 38, 39, 41]. În acest caz, modelele matematice, care reflectă organizarea structural-funcțională a sistemelor studiate, sunt construite pe baza teoriei sistemelor de așteptare (SA) și a rețelelor de așteptare (ReSA), analiza cărora poate fi efectuată în mod analitic și prin metode numerice ale teoriei proceselor stocastice (PS) markoviene și/sau cele de simulare [1, 36, 38, 39, 41, 45, 49].

Instruirea specialiștilor din ingineria sistemelor de calcul, a rețelelor de calculatoare și din domenii conexe (informatică, telecomunicații, rețele informaționale, inginerie industrială) s-a caracterizat printr-o accentuare a interesului către noi tipuri de dinamică, necesitând o extindere adecvată a fundamentelor teoretice care să permită desfășurarea activităților de modelare, analiză și sinteză a sistemelor cu evenimente discrete (SED) în care apar fenomene de așteptare, luând în considerare aspectele de incertitudine a funcționării acestora.

Teoriile PS (semi)markoviene, SA și ReSA sunt formalisme care reprezintă un domeniu relevant în ansamblul matematicilor aplicate destinate la rezolvarea problemelor practice de modelare și evaluare a performanțelor sistemelor cu evenimente discrete. Aceste formalisme se regăsesc în conținutul a numeroase monografii și manuale publicate în diverse edituri internaționale.

Existența în literatura tehnico-inginească din R. Moldova a foarte puține materiale vizând aspectele teoretice și aplicative ale teoriei așteptării a motivat autorul acestor rânduri să elaboreze o carte concentrată asupra elementelor de bază ale modelelor SA și ReSA. Această lucrare este în primul rând rezultatul experienței didactice a autorului, care a permis simplificarea prezentării aspectelor teoretice și experiența de cercetare, autorul publicând pe parcursul anilor un

număr însemnat de lucrări de specialitate în această arie tematică. Lucrarea a fost scrisă pe ideea de a fi cât mai accesibilă, fără a face rabat de la rigoarea științifică.

Spiritul manualului este specific antrenării studenților pe principii didactice moderne, restrângând latura pur matematică la strictul necesar și complementându-l prin exemple și studii demonstrative care ilustrează modul de aplicare a rezultatelor teoretice. Maniera de dozare și structurare a informațiilor prezentate facilitează parcurgerea textului, creând o relativă independență de consultarea altor resurse bibliografice.

*Fiind, în general, subordonate unor anumite programe analitice, noțiunile și conceptele prezentate în această lucrare apar, în mod firesc, într-o succesiune logică și sunt supuse unor restricții temporale și de spațiu inevitabile care conduc adeseori la dezvoltări teoretice și aplicative limitate.*

La prezentarea metodelor analitice de calcul și analiză ale modelelor SA și ReSA în această lucrare sunt folosite relații matematice relativ simple, care permit a calcula, în primul rând, principalele caracteristici cantitative QoS, cum ar fi: încărcarea; productivitatea; disponibilitatea și valorile medii ale caracteristicilor temporal-probabilistice ale sistemului studiat. Din același motiv, lucrarea nu conține raționamente și demonstrații complexe ale dependențelor matematice prezentate, care permit, pe de o parte, destul de ușor a efectua estimări, fără a recurge la calcule complexe, pe de altă parte, pentru a obține o idee complet adecvată despre proprietățile comportamentale corespunzătoare ale sistemelor reale, datorită analizei lor detaliate.

Materialul teoretic este însoțit de exemple analizate și care vizează dezvoltarea abilităților și competențelor de a aplica cele mai utilizate modele, metode și tehnici de calcul ale unor caracteristici cantitative QoS ale elementelor individuale și ale întregului sistem pentru a efectua analiza caracteristicilor funcționării sistemelor reale prin modele SA, ReSA sau PS markoviene.

La rezolvarea problemelor, trebuie luat în vedere că, în lipsa oricăror date inițiale, este necesar a introduce supoziții și ipoteze care

permit a rezolva (deși simplistă) problema considerată.

Pentru asimilarea mai eficientă a materialului teoretic, unele fragmente, care reprezintă cel mai mare interes, se disting prin diferite fonturi. Aceasta permite a concentra atenția cititorului asupra unor sau altor aspecte, care sunt importante pentru înțelegerea modelelor și a metodelor descrise.

Prin aldin italic sunt evidențiate cele mai importante și mai des folosite noțiuni și termeni pentru care este dată o definiție clară sau o descriere detaliată.

Cu caractere aldine sunt evidențiate alte noțiuni și termeni, general acceptate, adesea găsite în literatură și care nu au definiții clare, precum și titluri auxiliare, denumiri etc.

Prin italic sunt evidențiate cuvinte și expresii-cheie în text pentru care trebuie acordată atenția și care dezvăluie sensul materialului și, de asemenea, identifică termenii și noțiunile definite în alte secțiuni.

Obiectivele principale ale acestei lucrări sunt:

1. A oferi cititorului o idee inițială despre principiile de modelare a SED complexe în baza modelelor SA și ReSA, a metodelor lor de calcul, folosind trei abordări principale: analiza analitică, numerică și cea de simulare. Cu toate acestea, materialul nu ar trebui să conțină calcule și demonstrații matematice împovărătoare. Expresiile și formulele matematice utilizate trebuie să fie ușor înțelese de către orice specialist în domeniul ingineriei calculatoarelor, care are o pregătire matematică de bază în învățământul superior și cele mai generale idei despre teoria probabilităților și a proceselor stocastice care servesc ca bază matematică a materialului prezentat.

2. A furniza cititorului un set minim de modele, metode și instrumente pentru studiul SED simple, aplicate în diferite domenii reale. Pentru realizarea acestui deziderat, în lucrare este considerat un număr mare de exemple de modele matematice, care descriu diferite fenomene de așteptare, cu ajutorul cărora este ilustrată folosirea metodelor expuse de analiză analitică și numerică pentru evaluarea caracteristicilor QoS ale acestora.

Pentru a atinge aceste obiective, în lucrare este introdusă o terminologie clară și univocă, utilizată în procesul de prezentare a materialului, în care sunt:

- descrise diverse modele de SA și ReSA, precum specificate și caracteristicile cantitative QoS care descriu aceste modele;
- formulate probleme de modelare, ca fiind un instrument universal pentru studierea SED complexe, inclusiv sisteme tehnice, cum ar fi calculatoarele, sistemele de calcul și rețelele de calculatoare;
- considerate unele metode de calcul ale caracteristicilor QoS ale modelelor matematice, reprezentate sub formă de SA și ReSA;
- efectuate analize ale proprietăților comportamentale inerente proceselor de așteptare cu diferite clase de cereri, precum și influența parametrilor modelului asupra caracteristicilor QoS.

În dimensionarea lucrării și prezentarea principalelor repere de conținut s-a ținut cont de corelarea cu programul de învățământ și disciplina de studiu *Metode și modele de calcul* proprii specializării 0612.1 *Calculatoare și Rețele* la facultatea *Calculatoare, Informatică și Microelectronică* a Universității Tehnice a Moldovei. Prin acest demers cartea își definește potențialii cititori din rândul studenților, inginerilor și doctoranzilor cu specializări înrudite, care o pot utiliza drept material pentru studiu individual.

Mulțumiri anticipate sunt adresate tuturor cititorilor, care, prin observațiile ce le vor formula în urma consultării acestei cărți, vor manifesta înțelegere și vor contribui la îndepărtarea unor eventuale neajunsuri ale textului și îmbunătățirea calității.



# CUPRINS

<b>INTRODUCERE</b> .....	3
<b>1. ASPECTE DE MODELARE ȘI EVALUARE A SISTEMELOR CU EVENIMENTE DISCRETE</b> .....	9
1.1. Considerații generale.....	9
1.2. Caracteristicile unui sistem .....	11
1.3. Caracteristicile unui model.....	18
1.4. Sarcinile de modelare .....	21
1.5. Metode de modelare .....	23
Concluzii .....	26
<b>2. ELEMENTE DE TEORIE A PROCESELOR STOCASTICE</b> .....	29
2.1. Noțiuni de bază ale unui proces stocastic .....	29
2.2. Procese stocastice markoviene .....	32
2.2.1. <i>Procese markoviene cu stări discrete</i> .....	32
2.2.2. <i>Lanțuri Markov în timp discret</i> .....	36
2.2.3. <i>Lanțuri Markov în timp continuu</i> .....	41
2.2.4. <i>Parametrii și caracteristicile lanțurilor markoviene</i> .....	49
2.3. Metode de analiză a modelelor markoviene .....	51
2.3.1. <i>Agregarea lanțurilor Markov</i> .....	51
2.3.2. <i>Metode numerice de analiză a LMTC</i> .....	52
2.3.3. <i>Algebra Kronecker și lanțuri Markov</i> .....	55
2.4. Procese semi-Markov .....	66
2.5. Considerații practice.....	71
Concluzii .....	72
<b>3. DISTRIBUȚII UZUALE DE PROBABILITATE ÎN SISTEME ȘI REȚELE DE AȘTEPTARE</b> .....	75
3.1. Caracteristici numerice ale variabilelor aleatorii .....	75
3.1.1. <i>Momente inițiale</i> .....	76
3.1.2. <i>Momentele centrate</i> .....	77
3.2. Funcții generatoare și transformata Laplace .....	78
3.2.1. <i>Funcția generatoare</i> .....	78
3.2.2. <i>Transformata Laplace</i> .....	79
3.3. Distribuții uzuale de probabilitate în SA și ReSA .....	80
3.3.1. <i>Distribuția Poisson</i> .....	80
3.3.2. <i>Distribuția geometrică</i> .....	81
3.3.3. <i>Distribuția uniformă continuă</i> .....	81
3.3.5. <i>Distribuția Erlang</i> .....	84
3.3.6. <i>Distribuția Erlang normalizată</i> .....	86
3.3.7. <i>Distribuția hiperexponențială</i> .....	87
3.3.8. <i>Distribuția hyper-Erlang</i> .....	92

3.3.9. Distribuția Cox .....	92
3.4. Aproximarea distribuțiilor neexponențiale .....	94
3.4.2. Aproximarea distribuției cu $c_v > 1$ .....	103
<b>4. SISTEME DE AȘTEPTARE MARKOVIENE .....</b>	<b>107</b>
4.1. Definierea modelelor SA .....	107
4.1.1. Considerații generale .....	107
4.1.2. Fluxuri de cereri .....	110
4.1.3. Durata servirii cererilor .....	113
4.1.4. Strategii de gestionare a fluxurilor de cereri .....	114
4.2. Clasificarea modelelor SA.....	118
4.2.1. Modele SA de bază .....	118
4.2.2. Notația Kendall a SA .....	120
4.2.3. Regimuri de funcționare ale SA .....	124
4.3. Parametrii și caracteristicile SA .....	125
4.3.1. Parametrii SA .....	125
4.3.2. Caracteristicile SA cu un flux omogen de cereri .....	126
4.3.3. Caracteristicile SA cu un flux eterogen de cereri .....	132
<b>5. CERCETAREA ANALITICĂ A SISTEMELOR DE AȘTEPTARE ..</b>	<b>134</b>
5.1. Analiza SA monocanal cu un flux omogen de cereri .....	134
5.1.1. Considerații generale .....	134
5.1.2. Analza SA: $M / M / 1$ .....	136
5.1.3. Analza SA: $M / M / 1 / r$ .....	139
5.1.4. Analza SA: $M / G / 1$ .....	144
5.1.5. Analza SA: $G / M / 1$ .....	145
5.1.6. Analza SA: $G / G / 1$ .....	146
5.1.7. Proprietățile SA monocanal cu un flux omogen de cereri .....	149
5.2. SA multicanal cu un flux omogen de cereri.....	150
5.3. SA monocanal cu un flux eterogen de cereri.....	154
5.3.1. Considerații introductive .....	154
5.3.2. Caracteristicile și proprietățile DS FP.....	155
5.3.3. Caracteristicile și prioritățile DS PR .....	158
5.3.4. Caracteristicile și proprietățile DS PA.....	162
5.3.5. Legea conservării duratelor de așteptare.....	165
5.4. Cvasi procese de naștere și moarte .....	167
5.4.1. Metoda matriceal-geometrică.....	167
5.4.2. Aplicarea MGM în cazul proceselor QBD .....	169
Concluzii .....	179

<b>6. REȚELE DE AȘTEPTARE MARKOVIENE</b> .....	182
6. 1. Clasificarea modelelor ReSA .....	182
6.2. Parametrii și caracteristicile ReSA .....	188
6.2.1. <i>Parametrii ReSA</i> .....	188
6.2.2. <i>Regimuri de funcționare ale ReSA</i> .....	189
6.2.3. <i>Caracteristicile ReSA</i> .....	190
6. 3. ReSAD exponențiale cu fluxuri omogene de cereri .....	193
6.3.1. <i>Analiza ReSAD cu buffere de capacitate nelimitată</i> .....	193
6.3.2. <i>Analiza ReSAD cu buffere de capacitate limitată</i> .....	208
6. 4. ReSAÎ exponențiale cu fluxuri omogene de cereri .....	212
6.4.1. <i>Analiza ReSAÎ cu SA monocanal</i> .....	212
6.4.2. <i>ReSAÎ cu servire Erlang</i> .....	225
6.4.3. <i>ReSAÎ cu servire hiperexponențială</i> .....	229
Concluzii .....	232
<b>7. ReSA CU FORMA PRODUS</b> .....	234
7.1. Proprietățile ReSAD cu forma produs .....	234
7.2. ReSAD model Jackson .....	235
7.3. ReSAÎ model Gordon-Newell .....	243
7.3.1. <i>Teorema lui Gordon și Newell</i> .....	243
7.3.2. <i>Algoritmul Buzen</i> .....	250
7.3.3. <i>Metoda valorilor medii</i> .....	251
7.4. ReSA tip BCMP .....	253
7.4.1. <i>Clase și lanțuri de cereri</i> .....	253
7.4.2. <i>Forme produs în ReSA tip BCMP</i> .....	255
7.4.3. <i>Metoda valorilor medii de analiză a ReSA tip BCMP</i> .....	262
Concluzii .....	266
<b>CONCLUZII FINALE</b> .....	268
<b>BIBLIOGRAFIE</b> .....	275
<b>LISTA DE ABREVIERI</b> .....	280

## BIBLIOGRAFIE

1. Alfa S. A. *Queueing Theory for Telecommunications*. London: Springer, 2010. - 238 p.
2. Balsamo S. *Queueing Networks with Blocking: Analysis, Solution Algorithms and Properties*. In: D. D. Kouvatsos, editor, *Network Performance Engineering*, volume 5233 of *LNCS*, Springer Berlin Heidelberg, 2011, pp. 233–257.
3. Baskett F., Chandy K. M., Muntz R. R., Palacios F. G. Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers. In: *Journal of the Assoc. Comput. Mach.*, 22, 1975, pp. 248 – 260. Doi:10.1145/321879.321887.
4. Bejan A. Numerical treatment of the Kendall equation in the analysis of priority queueing systems. In: *Bul. Acad. Stiinte Repub. Mold. Mat.*, 2 (51), 2006, pp. 17-28.
5. Bladt M., Neuts M.F. Matrix-exponential distributions: calculus and interpretations via flows. In: *Stochastic Models*. 2003, vol. 19(1), pp. 113-124.
6. Bucholz P., Ciardo G., Donatelli S., Kemper P. Complexity of memory-efficient Kronecker operations with applications to the solutions of the Markov models. In: *Inform. J. Comp.*, no. 12(3), Summer 2000, pp. 203-222.
7. Buzen J. P. Computational Algorithms for Closed Queue-ing Networks with Exponential Servers. In: *Commun. ACM*. Vol.16, №9. 1983, pp.527-531.
8. Cinlar E. *Introduction to stochastic processes*. Prentice Hall, 1975. - 416 p.
9. Gelenbe E. et al. *Reseaux de files d'attente. Modelisation et traitement numerique*. France, Edition Homes et Techniques, 1980. - 160 p.
10. Gordon W. J., Newell G. F. Closed queueing systems with exponential servers. In: *Oper. Res.* 15, (2), 1967, pp. 254-265.

11. Ioan L., Graziela N. Modelare și evaluări de performanță în telecomunicatii. Ed. : MATRIX ROM, București, 2008. - 228 p.
12. Jackson J. R. Networks of Waiting Lines. In: Operations Research .Vol. 5, No. 4 ,1957, pp. 518-521.
13. Jackson J. R. Jobshop-like queueing systems. In: Management Sci. 10, 1, Oct. 1963, pp131-142.
14. Kendall D.G. Some problems in the theory of queues. In: J. Roy. Statist. Soc. vol. 13(2B), 1953, pp. 151-180.
15. Kemeny J. G., Snell J. L. Finite Markov Chains. New York: Springer-Verlag, 1976. – 238 p. <https://docs.ufpr.br/~lucambio/CE222/IS2014/Kemeny-Snell1976.pdf>. Accesat: mai 2018.
16. Kleinrock L. Queueing systems, vol. 1 “Theory”, vol. 2 “Computer applications”. Wiley&Sons, 1975. - 426 p.
17. Langvillea A. N., Stewartb W. J. The Kronecker product and stochastic automata networks. In: Journal of Computational and Applied Mathematics 167, 2004, pp. 429 - 447.  
<https://pdfs.semanticscholar.org/2e28/f29c976f476d8144ec3108e80528a19fa340.pdf>. Accesat: mai 2018.
18. Matcovschi M. H. Lanțuri și sisteme de așteptare markoviene. Editura Gh. Asachi, Iași, 2003.- 198 p.
19. Mishkoy Gh., Giordano S., Bejan A. Priority queueing systems and prioritization phenomena in information networks. In: Meridian Ingineresc, 4, 2006, pp. 11-14.
20. Neuts M.F. *Matrix-geometryc solutions in stochastic models - an algorithmic approach*. Volume 2 of John Hopkins Series in the Mathematical Sciences. Baltimore: Johns Hopkins University Press, London, 1981. - 329 p.
21. Onicescu O. Teoria probabilităților și aplicații. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1963. - 556 p.
22. Onvural R. O. Survey of Closed Queueing Networks with Blocking. In: ACM Comput. Surv., 22(2), 1990, pp. 83–121.

23. Philippe B., Saad Y., Stewart W. J. Numerical methods in Markov chain modeling. Rapport de recharidi 1115, INRIA, Rocquencourt, France, November 1989. -117 p.
24. Plateau, B. On the Stochastic Structure of Parallelism and Synchronization Models for Distributed Algorithms. In: ACM Sigmetrics. 13, 2, 1985, pp. 147-154. DOI: 10.1145/317786.317819.
25. Plateau B., Fourneau I. M. A methodology for solving Markov models of parallel systems. In: Journal of parallel and distributed computing, 12, 1991, pp. 370-378.
26. Riordan J. Stochastic Service Systems. Wiley and Sons, 1962. - 139 p.
27. Saaty T.L. Elements of Queuing theory with applications. McGraw-Hill, 1961. - 423 p.
28. Satyam K., Krishnamurthy A., Kamath M. Solving general multi-class closed queuing networks using parametric decomposition. In: Computers & Operations Research, 40, 2013, pp.1777–1789.
29. Schacke K. On the Kronecker Product. 2013. pp. 1-35. [https://www.math.uwaterloo.ca/~hwolkowi/henry/reports/kronthesis\\_schaecke04.pdf](https://www.math.uwaterloo.ca/~hwolkowi/henry/reports/kronthesis_schaecke04.pdf). Accesat: mai 2018.
30. Stewart W. J. Introduction to the numerical solution of Markov chains. Princeton University Press, USA, 1994. -568 p.
31. Zhang H., Ding F. On the Kronecker Products and Their Applications. Hindawi Publishing Corporation Journal of Applied Mathematics Volume, Article ID 296185, 2013, pp. 1-8 <http://dx.doi.org/10.1155/2013/296185>. Accesat: mai 2018.
32. Алиев Т. И. Основы моделирования дискретных систем. СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009. - 363 с.
33. Алиев Т. И. Математические методы теории вычислительных систем. – Л.: ЛИТМО, 1979. - 92 с.
34. Артамонов Г. Т., Брехов О. М. Оценка производительности ВС аналитико-статистическими моделями. М.: Энергоатомиздат, 1993. - 299 с.

35. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях. М.: Наука, 1989. - 336 с.
36. Венцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Наука, 1980. - 408 с.
37. Вишневецкий В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. Москва: Техносфера, 2003. - 512 с.
38. Герасимов А. И. Аналитические методы исследования и оптимизации вычислительных систем и сетей на основе сетевых моделей массового обслуживания. М.: Радио и связь, 2001. 240 с.
39. Жожикашвили В. А., Вишневецкий В. М. Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. - 192 с.
40. Карташевский В. Г., Киреева Н. В., Чупахина Л. Р. Задачник по курсу основы теории массового обслуживания: учебное пособие. Самара: ПГУТИ, 2017. - 121 с.
41. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. / Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. - 600 с.
42. Климов Г. Стохастические системы обслуживания. Москва: Наука, 1966. - 243 с.
43. Ложковский А.Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях: учебник. Одесса: ОНАС им. А. С.Попова, 2012. - 112 с. [http://www.dut.edu.ua/uploads/l\\_424\\_38417749.pdf](http://www.dut.edu.ua/uploads/l_424_38417749.pdf). Accesat: mai 2018.
44. Мишкой Г.К. Обобщенные приоритетные системы. Кишинэу, Из-во. Акад. Наук Молдовы. 2009. – 200 с.
45. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. Теории и технологии. – СПб.: КОРОНА; М.: Альтекс-А, 2004. – 384 с.
46. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М: Физматлит, 2001. - 320 с. [http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka\\_trudy/MatemModelirovSamarskij2001.pdf](http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka_trudy/MatemModelirovSamarskij2001.pdf). Accesat: aprilie 2018.

47. Советов Б. Я. Моделирование систем : учеб. пособие / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высшая школа, 2009. – 344 с.

48. Соколов, А. Н., Соколов Н. А. Однолинейные системы массового обслуживания: учебное пособие. СПб. : Изд-во «Теледом» ГОУВПО СПбГУТ, 2010. - 112 с.

49. Феррари Д. Оценка производительности вычислительных систем. / Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. -576 с.

50. Хританков А.С. Модели и алгоритмы распределения нагрузки. Алгоритмы на основе сетей СМО. Информационные технологии и вычислительные системы, № 3 2009, с.33-48.

[http://www.isa.ru/jitcs/images/stories/2009/03/33\\_48.pdf](http://www.isa.ru/jitcs/images/stories/2009/03/33_48.pdf)

Accesat: aprilie 2018.

51. Шварц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1981. – 336 с.

52. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с.