

METODĂ REDUSĂ DE CALCUL A GRADULUI MAXIMAL DE STABILITATE LA ACORDAREA REGULATOARELOR LA MODELE DE OBIECTE CU INERȚIE ȘI TIMP MORT

Bartolomeu IZVOREANU, Irina COJUHARI

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: În lucrare se propune o procedură de reducere a calculelor gradului maximal de stabilitate al sistemului automat proiectat la acordarea algoritmilor de reglare de tipul PI, PID la modele de obiecte cu inerție de ordinul doi și timp mort. Metoda de reducere a calculelor gradului maximal constă în substituirea soluționării ecuației algebrice de gradul trei cu soluționarea ecuației algebrice de gradul doi sau unu și utilizarea acestei valori a gradului maximal pentru calcularea valorilor parametrilor de acord ai reguletoarelor PI și PID. Analiza calculelor efectuate în baza unui exemplu demonstrează eficiența metodei propuse.

Cuvinte cheie: model de obiecte cu inerție și timp mort, algoritm de reglare, acordarea parametrilor, metoda gradului maximal de stabilitate, ecuație algebrică, metoda de reducere a calculelor.

1. Introducere

În practica automatizărilor pentru procese lente sau rapide acestea sunt prezentate prin modele matematice cu inerție de ordinul doi și timp mort și se utilizează structuri convenționale de reglare, în care acordarea reguletoarelor tipizate PI, PID se efectuează cu aplicarea diverselor metode cunoscute ca metoda frecvențială, optimizarea parametrică etc. [1,2]. Dar aceste metode sunt însoțite de un volum mai mare de calcule. Pentru a depăși această dificultate în lucrare se propune utilizarea metodei gradului maximal de stabilitate [3, 4].

Admitem că modelul matematic al obiectului de reglare cu inerție de ordinul doi și timp mort se prezintă prin funcția de transfer (f.d.t.)

$$H_{PF}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2 + a_1s + a_2}, \quad (1)$$

unde k, T_1, T_2, τ – sunt parametrii obiectului, iar $a_0 = T_1T_2, a_1 = T_1 + T_2, a_2 = 1$.

La modelul obiectului (1) cu parametrii cunoscuți k, T_1, T_2, τ se propune de a acorda reguletoarele tipizate PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3], de variat parametrii obiectului de la valorile nominale k, T_1, T_2, τ și la valorile parametrilor de acord ai reguletoarelor PI și PID de analizat dinamica sistemului automat.

2. Algoritm de acordare a reguletoarelor

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat alcătuită din reglator cu f.d.t. $H_R(s)$ și obiectul cu f.d.t. (1) prezentată în fig. 1.

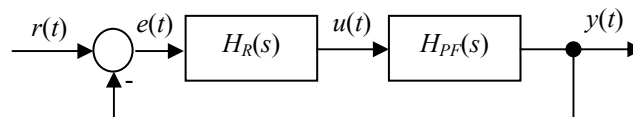


Fig. 1. Schema bloc structurală a sistemului automat.

Vom acorda algoritmi tipizați de reglare PI și PID la modelul obiectului cu parametrii cunoscuți, folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3]. Pentru acordarea reglatorului PI după metoda GMS se obține un sistem de trei ecuații algebrice cu necunoscutele gradului maximal de stabilitate și parametrii reglatorului, care este funcție numai de parametrii obiectului și gradul maximal de stabilitate necunoscut [4]

$$-c_0J^3 + c_1J^2 - c_2J + c_3 = 0, \quad (2)$$

$$k_p = (1/k) \exp(-tJ)(a_0 t J^3 - J^2(t a_1 + 3a_0) + J(t + 2a_1) - a_1), \quad (3)$$

$$k_i = (1/k) \exp(-tJ)(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) + k_p J, \quad (4)$$

unde $c_0 = t^2 a_0$; $c_1 = a_1 t^2 + 6t a_0$; $c_2 = t^2 a_2 + 4t a_1 + 6a_0$; $c_3 = 2t a_2 + 2a_1$.

În cazul acordării regulatorului PID după metoda GMS se soluționează următorul sistem de patru ecuații algebrice cu necunoscutele gradului maximal de stabilitate și parametrii regulatorului [4]

$$c_0 J^3 - c_1 J^2 + c_2 J - c_3 = 0, \quad (5)$$

$$k_p = (1/k) \exp(-tJ)(a_0 t J^3 - (t a_1 + 3a_0) J^2 + (t a_2 + 2a_1) J - a_2) + 2k_d J, \quad (6)$$

$$k_i = (1/k) \exp(-tJ)(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) - k_d J^2 + k_p J, \quad (7)$$

$$k_d = (1/2k) \exp(-tJ)(a_0 t^2 J^3 - (t^2 a_1 + 6t a_0) J^2 + (t^2 a_2 + 4t a_1 + 6a_0) J - 2t a_2 - 2a_1), \quad (8)$$

unde $c_0 = t^3 a_0$; $c_1 = a_1 t^3 + 9t^2 a_0$; $c_2 = t^3 a_2 + 6t^2 a_1 + 18t a_0$; $c_3 = 3t^2 a_2 + 6t a_1 + 6a_0$.

Soluționând ecuația algebrică de gradul trei (2) și respectiv (5) se determină valoarea gradului maximal optimal de stabilitate J_{opt} , care prezintă cea mai mică rădăcină reală pozitivă sau partea reală pozitivă a rădăcinii complexe și la această valoare parametrii de acord ai regulatorului iau valorile maxime.

Se propune de a soluționa nu ecuația algebrică de gradul trei, dar ecuația algebrică de gradul doi sau unu obținute din (2) și respectiv (5) admitând că termenii $c_0 J^3$ și respectiv $c_1 J^2$ au un aport mic asupra valorii gradului maximal de stabilitate când acesta are o valoare mai mică ca unu. Valorile gradului maximal de stabilitate obținute sunt de asemenea optime sau cuasioptimale.

Pentru determinarea valorilor parametrilor de acord ai regulatorului PI și respectiv PID se utilizează expresiile (3), (4) și (6)-(8).

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea reguletoarelor PI și PID la modelul obiectului (1) sistemul automat se simulează pe calculator și se apreciază performanțele obținute.

3. Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a reguletoarelor PI și PID la modelul obiectului (1) admitem valori arbitrare ale parametrilor obiectului $k=0.5$, $T_1=2$, $T_2=5$, $\tau=1$, iar $a_0=10$, $a_1=7$, $a_2=1$. S-au efectuat calculele respective pentru calcularea valorii gradului maximal de stabilitate pentru ecuația algebrică de gradul trei, doi și unu respectiv, după care s-au determinat valorile numerice ale parametrilor de acord ai reguletoarelor PI și PID după expresiile respective și rezultatele sunt prezentate în tabelul 1 și 2. În rândul patru din aceste tabele sunt prezentate calculele pentru funcțiile $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ din relațiile pentru regulatorul PI și PID respectiv și s-au calculat iterativ parametrii regulatorului în cazul când performanțele sistemului automat sunt mai ridicate (vezi tabelele 1, 2, 3, 4, rândul patru). Rezultatele calculelor s-au verificat prin simularea sistemului automat pe calculator în mediul MATLAB (fig. 2) și procesele tranzitorii ale SA sunt prezentate în figura 3, iar performanțele lor sunt indicate în tabelele 3,4. Numărul curbilor corespunde rândurilor 1,2,3,4,5 din tabelele 1,2,3,4.

Tabelul 1. Parametrii regulatorului PI

Nr. curb.	Grad Ec.	J	k_p	k_i
1	3	0.2127	0.9906	0.198
2	2	0.2145	0.9906	0.1981
3	1	0.1798	0.934	0.1871
4	3	0.25	0.924	0.182
5		ZN	6.975	0.158

Tabelul 2. Parametrii regulatorului PID

Nr. curb.	Grad ec.	J	k_p	k_i	T_i	k_d
1	3	0.635	6.745	1.245	0.803	8.511
2	2	0.66	5,7432	1.2387	0.807	8.491
3	1	0.470	5,7432	0.9832	1.017	7.5527
4	3	0.35	3.65	0.564	1.37	4.916
5		ZN	9.3	0.211	4.734	0.789

Pentru a compara rezultatele obținute prin metoda GMS s-au utilizat și metoda Ziegler-Nichols. Parametrii critici ai sistemului sunt $k_{cr}=15.5$, $T_{cr}=7.89$ s. Parametrii de acordare optimali s-au calculat prin metoda Ziegler-Nichols și sunt prezentați în tabele 1, 2, rândul 5.

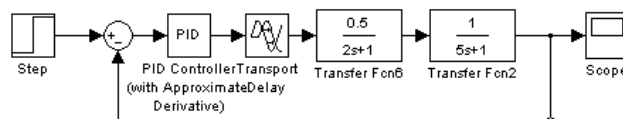


Fig. 2. Schema de simulare pe calculator a SA.

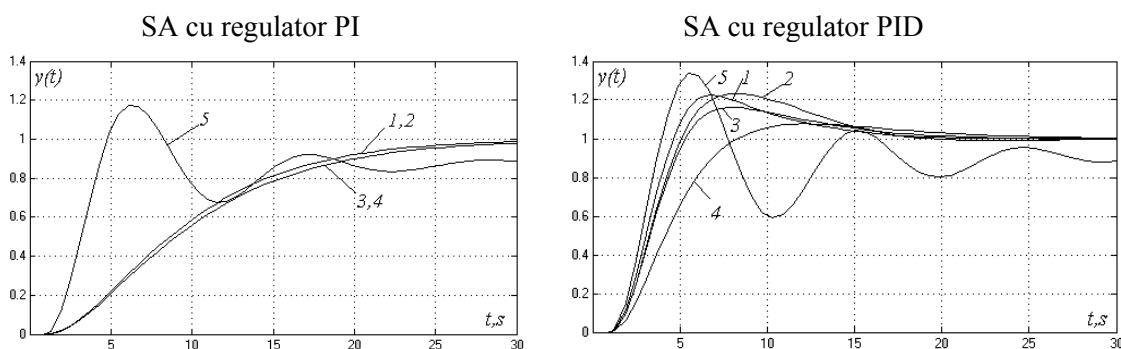


Fig. 3. Procese tranzitorii ale SA cu regulator PI și PID.

Tabelul 3. Performanțele SA cu regulatorul PI

Grad ec.	J	$\varepsilon, \%$	t_{rr}, s	$\sigma, \%$	t_{cr}, s	λ
3	0.635	5	22.5	-	22.5	-
2	0.66	5	22.5	-	22.5	-
1	0.470	5	24.4	-	24.4	-
3	0.35	5	25.6	-	25.6	-
	ZN	5	77.4	17.7	6.4	5

Tabelul 4. Performanțele SA cu regulatorul PID

Grad ec.	J	$\varepsilon, \%$	t_{rr}, s	$\sigma, \%$	t_{cr}, s	λ
3	0.635	5	19	22	3	2
2	0.66	5	14,2	23	1.4	3
1	0.4708	5	7.44	16	3.7	1
3	0.35	5	16	9	6	1
	ZN	5	60.3	35	3.7	>6

În dependență de cerințele de performanță ale SA se va da prioritate proceselor tranzitorii aperiodice sau proceselor oscilante și, astfel, se va alege structura SA cu regulatorul PI sau SA cu regulatorul PID.

Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

Metoda de calcul a gradului maximal de stabilitate după ecuația algebrică de grad redus (gradul unu și doi) permite de a simplifica calculele, deoarece obținerea soluției în formă analitică a ecuației algebrice de gradul trei este cu mult mai dificilă decât soluționarea ecuațiilor algebrice de gradul unu și doi.

Pentru SA cu regulatorul PI soluția ecuației de gradul doi coincide cu soluția ecuației de gradul trei și procesul tranzitoriu al sistemului este aperiodic (vezi curbele din fig. 3, a, curba optimală 1).

Pentru SA cu regulatorul PID prin utilizarea soluțiilor ecuației de gradul unu și doi se obțin performanțe mai ridicate pentru sistem în comparație cu performanțele obținute cu gradul maximal optimal. Procesul tranzitoriu al sistemului poate fi ales de la proces aperiodic până la oscilant amortizat cu performanțele respective (vezi curbele din fig. 3, b, procesul optimal – curba 4, rândul 4 din tabelul 2 și 4).

Bibliografie

1. DORF, R.K.; BISHOP, R.X. *Sovremennâe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoria Bazovâh Znanii, 2004. 832 s.
2. PREITL, Ș.; PRECUP, R.-E. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Editura Politehnica, 2001. 334 p.
3. ZAGARII, G.I.; SHUBLADZE, A.M. *Sintez sistem upravlenia na osnove kriteria maximalnoi stepeni ustoichivosti (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. 198 s.
4. IZVOREANU, B.; FIODOROV, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In: *Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*. București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.