MODELAREA ŞI EVALUAREA PERFORMANŢELOR BĂNCII COMERCIALE PRIN REŢELE *PETRI*

Igor ENICOV, Emilian GUŢULEAC*

Catedra Finanţe şi Bănci
**Universitatea Tehnică din Moldova*

Dans le présent article sont reflétées les possibilités de modélisation et d'évaluation des performances de la banque commerciale. On argumente la possibilité d'utilisation dans ce but des Réseaux Pétri ; on décrit les Réseaux Pétri (réseaux généralisés et réseaux avec temporalisation stochastique) qui sont conçus pour modéliser des systèmes distribués. Les auteurs élaborent une proposition d'application des Réseaux Pétri dans la modélisation de la banque commerciale.

Introducere

Modelarea activităţii unei bănci comerciale constă în evaluarea rentabilităţii şi a riscului portofoliului investiţional. În scopul modelării, banca comercială poate fi privită ca subsistem al sistemului economic. În acest fel, parametrii interni pentru sistem sunt externi pentru bancă şi va trebui să proiectăm un model care descrie interdependenţa dintre parametrii de intrare şi de ieşire ai subsistemului. Mărimea şi nivelul incertitudinii parametrilor de ieşire ai proiectului sunt totalmente dependenţi de parametrii respectivi de intrare. Parametrii externi pot fi evaluaţi prin următoarele metode:

- metodele statistice;
- metodele modelării matematice;
- metodele analizei expert;
- metodele analizei scenariilor, sau metodele de simulare.

Metodele statistice au anumite rezerve, determinate de informaţia statistică insuficientă pentru anumiţi parametri şi, în plus, nu permit evaluarea modificării valorilor parametrilor determinată de schimbările mediului extern (metodele statistice presupun că condiţiile mediului economic sunt constante). Afară de aceasta, însăşi presupunerea că procesele economice au natură statistică este puţin probabilă.

Metodele modelării matematice, cunoscute în prezent, nu pot asigura o exactitate suficient de mare în comparaţie cu metodele analizei expert şi aplicarea modelării matematice este mai costisitoare.

Cele menţionate explică popularitatea metodelor analizei expert şi a metodelor analizei scenariilor în practica agenţilor economici. Însă, un neajuns al acestor metode este neutilizarea sau utilizarea insuficientă a abordărilor matematice tradiţionale, ceea ce limitează corectitudinea concluziilor.

În acest fel, datorită insuficienţei metodelor ştiinţifice existente pentru managementul activelor financiare, analiştii sunt tentaţi să elaboreze modele noi de gestiune a sistemelor financiare care funcţionează în condiţii de risc sau incertitudine. În multe domenii de cercetare comportarea sistemului real se studiază nu direct pe sistem, ci indirect, cu ajutorul modelului. Modelul reprezintă proprietăţile care se consideră caracteristice pentru obiectul sau sistemul studiat. Analizând modelul sistemului dat, putem deduce informaţii noi privitor la comportarea sistemului fără a avea cheltuieli costisitoare. În acest sens, una dintre posibilităţi poate fi, considerăm, folosirea reţelelor Petri.

Reţelele Petri (RP) au fost introduse de către Carl Adam Petri în anii '60 ai sec. XX şi sunt un formalism pentru descrierea concurenţei, conflictului şi sincronizării în sistemele distribuite.

Modelarea sistemelor distribuite cu ajutorul RP se efectuează la nivel de stare: se determină ce acţiuni se produc în sistem, care stări preced acestor acţiuni şi în ce stări va trece sistemul după producerea acţiunilor [1,2,3,6]. Simulând modelul de stări prin RP vom obţine descrierea comportamentului sistemului. Analiza rezultatelor indică la stările în care s-a aflat sau nu sistemul, care sunt în principiu stările neaccesibile, însă o astfel de analiză nu ne oferă informaţii despre caracteristicile numerice care determină stările sistemului. De aceea, au apărut un şir de noi extensii de RP, printre care RP generalizate temporizate [2,3,4] care înlătură aceste neajunsuri, deoarece se bucură de trei atuuri fundamentale: simplitate, generalitate şi adaptabilitate.

În prezent, RP au numeroase aplicații şi sunt utilizate în diverse domenii: inginerie, telecomunicații, sistemele de calcul, modelarea proceselor de afaceri şi în învățământ, deoarece dispun de o reprezentare grafică foarte accesibilă, au o semantică bine definită care permite o analiză formală a comportamentului şi a proprietăților acestora.

1. Rețele Petri generalizate

O rețea RP este o reprezentare a unui sistem ce se poate descompune într-o *parte structurală* şi o *parte dinamică*. Partea structurală a unei RP este în esență un graf orientat bipartit. În continuare vom considera o extensie de RP, numită rețea Petri generalizată (RPG), care descrie în mod adecvat procesele cu evenimente discrete ce au loc în sistemele bancare [4] .

Definiția 1. O rețea Petri generalizată, abreviat *RPG*, este o structură, redată de tuplul:

$$RPG = (P, T, Pre, Post, Inh, Test, K_p, Pri, G, M_0),$$

unde: P este mulțimea nevidă de *locații*, $|P| = k$; T este mulțimea nevidă de *tranziții*, $|T| = n$ şi $P \cap T = \varnothing$; Pre, Inh şi $Test$: $P \times T \times \mu P$ sunt funcții de pondere ale arcelor: Pre este funcția de incidență înainte (arce directe de intrare la tranziție), Inh este funcția de inhibiție a tranzițiilor prin arce inhibitoare, iar $Test$ este funcția ce descrie eventulele bucle ale unei rețele impure, adică $Pre(p,t) = Post(p,t)$. Un *test arc* este reprezentat prin arce întrerupte. $Post$: $T \times P \times \mu P$ este funcția de incidență înapoi (arce directe de ieşire din tranzițiȩ). Aceste funcții pot fi marcaj-dependente, adică ele sunt determinate de mulțimea multiseturilor μP ale lui P; $K_p : P \times \mu P \rightarrow IN \cup \infty$ este o funcție de capacitate a locațiilor. IN este mulțimea numerelor întregi nenegative; $Pri : T \times \mu P \rightarrow IN$ este funcția de prioritate a tranzițiilor (implicit, se consideră nulă); $G: T \times \mu P \rightarrow \{true, false\}$ este o funcție de *gardă*, care pentru orice $t \in T$ determină o funcție Booleană $g(t,M)$ în acest marcaj al rețelei. Dacă funcția este $g(t,M)$ = '*true*' şi t este validată de marcajul curent M, $t \in T(M)$, atunci această tranziție rămâne validată (implicit, $g(t,M)$ = '*true*') şi eventual ea poate fi declanşată, iar dacă $g(t, M)$ = '*false*' – ea nu mai poate fi declanşată; $M: P \rightarrow IN$, $M = [m_1,\ldots,m_i,\ldots,m_k]$ cu $m_i = M(p_i)$ este o funcție de marcare a locațiilor, iar M_0 este marcajul inițial al rețelei. ■

Ponderile unor arce de diferite tipuri ale rețelei ce nu sunt menționate explicit vor fi considerate respectiv că au valoarea 1. Capacitatea unei locații se consideră implicit nelimitată. De asemenea, dacă prioritățile de declanşare şi funcțiile de gardă ale unor tranziții t_j nu sunt menționate explicit, atunci se va considera că ele au respectiv următoarele valori: $Pri(t_j) = 0$ şi $g(t_j,M)$ ='*true*'.

În cele ce urmează vom folosi următoarele *notații*:

${}^{\bullet}t_j = \{p_i \in P : Pre(p_i, t_j) > 0\}$ şi $t_j^{\bullet} = \{p_i \in P_d : Post(t_j, p_i) > 0\}$ este respectiv mulțimea de locații la intrarea şi la ieşirea tranziției t_j; ${}^{\circ}t_j = \{p_i \in P : Inh(p_i,t_j)\}$ şi ${}^{*}t_j = \{p_i \in P : Test(p_i, t_j)\}$ este respectiv mulțimea locațiilor de control prin arce inhibitoare şi test a tranziției t_j .

Definiția 2. (*Regula de declanşare a unei tranziții validate*). O tranziție t_j a *RPG* este *validată* de marcajul curent M, notat $t_j \in T(M)$ dacă şi numai dacă, independent de prioritatea sa, pentru ea este verificată următoarea funcție Booleană ce determină condiția sa de validare $cs(t_j, M)$: $ec(t_j, M)$ =

$$= \left(\bigwedge_{\forall p_i \in {}^{\bullet}t_j} (m_i \geq \mathrm{Pre}(p_i, t_j))\right) \& \left(\bigwedge_{\forall p_i \in {}^{*}t_j} (m_i \geq Test(p_i, t_j))\right) \& \left(\bigwedge_{\forall p_i \in {}^{o}t_j} (m_i < Inh(p_i, t_j))\right) \&$$

$$(\mathrm{g}(t_j, M) = 1) \ \& \left(\bigwedge_{\forall p_n \in e_j^{\bullet}} ((K_p - m_n) \geq Post(p_n, e_j))\right) = \text{“}True\text{”}. \qquad (1)$$

Mulțimea tranzițiilor validate de marcajul curent M este notată $T(M)$. Tranziția $t_j \in T(M)$ este declanşată, dacă *nu există* o altă tranziție t_k de o prioritate superioară $Pri(t_j) > Pri(t_k)$, pentru care sunt verificate, de asemenea, condițiile sale de validare $t_k \in T(M)$. Declanşarea tranziției t_k din marcajul curent M conduce la un nou marcaj $M' = M - \mathrm{P}re(\bullet, t_j) + \mathrm{P}ost(\bullet, t_j)$, unde $\mathrm{Pre}(\bullet, t_j)$, $\mathrm{P}ost(\bullet, t_j)$ sunt funcții induse de *Pre*, *Post* pe mulțimea P. Faptul declanşării tranziției t_j din marcajul curent M este notat $M[t_j > M'$. ■

Interpretarea actuală a RPG pentru modelarea sistemelor şi aplicaţiilor paralele şi distribuite conduse de evenimente corespunde scopului pentru care au fost introduse iniţial [3,4]. În RPG evenimentele sunt văzute ca *tranziţii*. Pentru ca o tranziţie să se poată produce, ea trebuie să fie validată. Unele locaţii sunt considerate intrări într-o tranziţie şi sunt asociate cu condiţiile care trebuie îndeplinite pentru ca acea tranziţie să se producă. Alte locaţii sunt considerate ieşiri ale tranziţiei şi sunt asociate cu condiţiile care sunt afectate de apariţia acestei tranziţii.

O caracteristică importantă a RPG constă în *determinarea locală* a schimbărilor de stare; având drept consecinţă faptul că tranziţiile pot fi controlate independent, este apriori exclusă necesitatea unui controler global. Aceasta face ca RPG să fie adecvate în modelarea sistemelor distribuite.

Graful unei RPG este format deci din două tipuri de noduri: cercurile sau elipsele reprezentând locaţiile şi dreptunghiurile sau barele reprezentând tranziţiile. Arcele care conectează locaţiile şi tranziţiile reprezintă elementele mulţimii de arce A.

Exemplul 1. RPG definită structural prin: $P = \{p_1, p_2\}$, $T = \{t_1\}$, $A=\{(p_1, t_1), (t_1, p_2)\}$, $Pre(p_1, t_1) = 1$, $Post(t_1,p_2) = 2$, are ${}^{\bullet}t_1 = \{p_1\}$ şi $t_1^{\bullet} = \{p_2\}$ şi reprezentarea grafică din Figura 1:

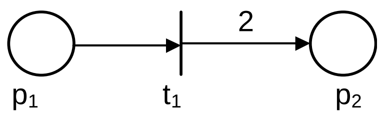

Fig.1. Reţea RPG elementară.

În plus faţă de partea structurală, definirea unei RPG se completează prin precizarea unui *marcaj iniţial*, care este o funcţie $M_0 : P \rightarrow \{0,1,2,...\}$. Pentru orice locaţie p din P, numărul $M_0(p)$ se asociază intuitiv şi se reprezintă cu ajutorul unor jetoane prezente iniţial în locaţia p.

Componenta dinamică a unei RPG, marcate iniţial M_0, constă în evidenţierea modalităţilor de evoluţie a acestor marcaje. Un marcaj al RPG la un anumit moment din evoluţia sa este definit de un vector $M=[m_1, m_2,…,m_n]$, unde n este numărul de locaţii în RPG, iar $m_i=M(p_i)$, cu indicele i din acest vector care indică numărul de jetoane din locaţia p_i, $M(p_i) \in \{0, 1, 2,...\}$. M_0 este marcajul iniţial al RPG. *Starea* unei RPG date (definită structural) este complet descrisă de marcajul său M. Spaţiul stărilor unei RPG marcate este complet definit de marcaje accesibile din M_0 , adică de toţi vectorii n-dimensionali, ale căror elemente sunt pozitive, $M=\{0, 1, 2, …\}^n$.

Pentru ca o RPG să poată fi folosită în modelarea unui sistem cu evenimente discrete, aceasta trebuie echipată cu un mecanism dinamic şi de condiţionare asemănător celui necesar tranziţiei stărilor într-un automat. Acest mecanism este extrem de sugestiv reprezentat de schimbarea jetoanelor între locaţiile din reţea, condiţionată de validarea şi apoi declanşarea tranziţiilor reţelei.

Când o tranziţie este validată de marcajul curent M, (notaţie $M\ [t_j >)$, în conformitate cu relaţia (1), spunem că această tranziţie poate fi *declanşată*. Declanşarea unei tranziţii este echivalentă vizual cu retragerea unui număr de jetoane (egal cu ponderea arcului de legătură) din fiecare locaţie de intrare a tranziţiei şi adăugarea unui număr de jetoane (egal cu ponderea arcului de legătură) la fiecare locaţie de ieşire a tranziţiei:

$$M'(p_i) = M(p_i) - Pre(p_i, t_j), \text{ pentru orice } p_i \in {}^{\bullet}t_j\,;\ M'(p_k) = M(p_k) + Post(t_j, p_k),$$

pentru orice $p_k \in t_k^{\bullet}$; $M(p) = M(p) - Pre(p, t_j) + Post(t_j, p)$, pentru orice $p \in Post(t_j) \cap Pre(t_j)$.

Exemplul 2. În Figura 2 este prezentată aceeaşi RP cu două variante de marcaje.

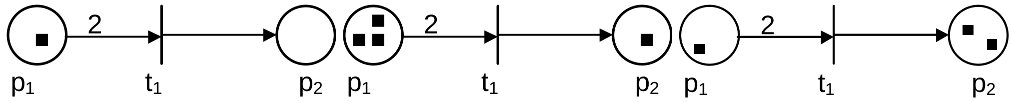

Fig.2. Evoluţia RPG din Figura 1.

În Figura 2, tranziţia t_1 din stânga nu este validată şi deci ea nu poate fi declanşată. În cea de-a doua variantă de marcaj t_1 este validată; în dreapta apare noul marcaj după declanşarea tranziţiei t_1.

De obicei, se lucrează cu funcția de tranziție a stărilor, prin care tranzițiile declanşate pot provoca schimbări de marcaje în rețeaua Petri. Această relație este notată $M[t_j > M'$. Spunem că M' este direct accesibil din M prin declanşarea tranziției t_j, astfel încât:

$$M'(p_i) = M(p_i) - Pre(p_i, t_j) + Post(t_j, p_i),\ i = 1, 2, 3, \dots$$

Validarea unei tranziții nu implică declanşarea sa imediată. La un moment dat putem avea în rețea mai multe tranziții validate, dintre care una singură poate fi declanşată imediat. Declanşarea trebuie înțeleasă doar ca o posibilitate ce decurge din validare. Nu există sincronism în RPG şi nici definirea ordinii de declanşare a tranzițiilor validate concurent. Totodată, declanşarea unei tranziții trebuie considerată ca acțiune indivizibilă.

Analiza proprietăților comportamentale ale RPG se poate face pe baza comportării lor dinamice sau pe baza structurii lor. Prima metodă este numită *analiza accesibilității*, deoarece are ca principal scop determinarea mulțimii stărilor accesibile din marcajul inițial. Având marcajul inițial M_0 se pot genera toate secvențele de marcaje. Această metodă presupune construirea *grafului de marcaje accesibile* sau pur şi simplu graful de accesibilitate al RPG, obținut prin determinarea secvențelor admisibile de declanşări din marcajul inițial M_0 şi a *mulțimii de accesibilitate* a acestei rețele.

Astfel, dacă $M_0\ [t_1> M_1$ şi $M_1\ [t_2>M_2$, se va spune că secvența de tranziții $\sigma = t_1t_2$ este declanşabilă din M_0 şi declanşarea acestei secvențe dă M_2, adică M_2 este accesibil din M_0, ceea ce va fi notat ca $M_0\ [t_1t_2 > M_2$ ori $M_0\ [\sigma > M_2$. Prin recurență se defineşte declanşarea din M_0 a unei secvențe de tranziții admisibile de o lungime oarecare, descrisă de către un cuvânt $\sigma \in T^*$ (unde $T^* \subseteq T$), ceea ce poate fi notat ca $M[y > M'$. Acestei rețele i se va asocia un limbaj $L(RP, M_0)$ format de către mulțimea de secvențe de tranziții admisibile din M_0 şi, de asemenea, se defineşte şi mulțimea de accesibilitate $Acc(RP, M_0)$ din M_0, obținută prin declanşarea acestor secvențe [1,5]. Mulțimea de accesibilitate din M_0 a rețelei RP, notată $Acc(RP, M_0)$, este definită ca mulțimea tuturor marcajelor $\{Mi\}$, pentru care există, cel puțin, o secvență admisibilă de declanşări σ_i din M_0, ce duce la M_i: $Acc(RP, M_0) = \{ M_i \in N^{|P|} \mid \exists \sigma_i : M_0[\sigma_i > M_i \}$.

Graful de marcaje accesibile al RPG marcate, notat $GA(RP, M_0) = (Acc(RP, M_0);\ U)$), este un graf orientat, etichetat astfel, încât $Acc(RP, M_0)$ constituie mulțimea vârfurilor, iar U este mulțimea arcelor (M_i , M_j) definită de relația: $M_i , M_j \in Acc(RP, M_0),\ \exists\, t / M_i\ [t >M_j \Leftrightarrow (M_i , M_j) \in U$.

Arcele grafului de marcaje accesibile al RPG marcate sunt etichetate cu tranzițiile respective, a căror declanşare permite schimbarea marcajului rețelei în M.

Cea de-a doua metodă, *analiza structurală*, are ca idee de bază eliminarea derivării spațiului stărilor şi, prin aceasta, evitarea problemei "exploziei stărilor". Desigur, această abordare nu poate furniza o informație la fel de amplă ca prima, dar de multe ori o asemenea detaliere nici nu este realmente necesară, ci sunt dorite doar anumite caracteristici calitative ale RPG şi ale sistemului modelat (de exemplu, *determinarea invarianților*). Oricare ar fi însă metoda aleasă, doar modele foarte simple, cum sunt şi cele de mai sus, pot fi analizate manual. Pentru sistemele reale este necesară utilizarea unor instrumente software din cele dezvoltate pentru analiza RPG.

2. Rețele Petri cu temporizare stocastică

Modelând procese reale, tranzițiile RPG pot avea asignate durate de timp cu valori concrete sau valori aleatorii; în ultimul caz este vorba despre RPG cu temporizare stocastică. Deci, durata de timp asignată unei tranziții ce reprezintă producerea unei acțiuni (operații) respectă o anumită distribuție de probabilitate corespunzătoare duratei de timp asignate. RPG cu temporizare deterministă sunt un caz particular al RPG cu temporizare stocastică (corespunzătoare distribuției constante).

Ca şi în cazul RPG cu temporizare deterministă, pentru RPG cu temporizare stocastică o dată ce o tranziție devine posibilă, se selectează toate jetoanele necesare pentru producerea tranziției respective şi rămân rezervate pentru o durată de timp generată în conformitate cu legea de repartiție asociată tranziției date. Dacă la un moment dat într-o rețea RPG simultan sunt posibile mai multe tranziții, atunci prima se va executa tranziția care posedă întârzierea cea mai mică.

Oricărei RPG stocastice cu distribuții exponențiale, rețea Petri *markoviană,* îi poate fi asociat un lanț Markov omogen în timp continuu (LMTC). Deci, paralel cu utilizarea metodelor generale de analiză a RPG pot fi utilizate şi metodele de analiză a lanțurilor Markov omogene [3,4,6].

Definiția 3. O rețea Petri *markoviană* este cuplul $RPM = (RPG, \Lambda)$, unde:

- *RPG* este o reţea Petri generalizată specificată în conformitate cu Definiţia 1;
- $\Lambda : T\times \mu P \rightarrow IR+$ este o funcţie ce determină parametrul $\lambda(t, M)\in \Lambda$ al distribuţiei exponenţial-negative a duratei la declanşarea tranziţiei $t\in T(M)$ în marcajul *M*, adică $\lambda(t, M)$ este *rata* (eventual marcaj-dependentă) de declanşare a tranziţiei *t*. Aici μP este multisetul mulţimii locaţiilor *P*, iar IR^+ este mulţimea numerilor reale nenegative. ■

Se poate demonstra [3,4,6] că graful LMTC ce descrie comportarea unei reţele marcate RPM este un graf *izomorf* grafului de accesibilitate, cu spaţiul de stări $Acc(RPG, M_0)$, al reţelei RPG subiacente reţelei RPM. Această proprietate permite de a construi şi analiza LMTC, identificând în mod automat matricea dinamică *Q* şi ecuaţiile Chapman-Kolmogorov ale acestui lanţ. În baza acestor ecuaţii, aplicând metode numerice apropriate, se poate determina distribuţia probabilităţilor de stare la momentul dat τ : $\mathbf{p}(\tau)=(\pi_0(\tau),...,\pi_{N_s}(\tau))$, $Ns=|Acc(RPG, M_0)|$, unde *i* – componenta vectorului-linie $\mathbf{p}$ este probabilitatea $\pi_i(\tau)$= $\Pr(M(\tau)=M_i)$, $i=0,1, ..., Ns$ că la momentul τ reţeaua RPM se află în marcajul M_i.

Cum s-a menţionat, lanţul LMTC ce descrie funcţionarea unei RPM poate fi obţinut direct din graful de marcaje accesibile $GA(RPG, M_0)$ al reţelei RPG subiacente RPM ce este redat în formă de listă, iar ratele de trecere din marcajul M_i către M_j, ($M_i\,[t_k>M_j)$, sunt determinate de relaţia $q_{i,j} = \lambda_k > 0$, $(i \neq j)$, unde λ_k este rata de declanşare (posibil, marcaj-dependentă, adică, de exemplu, $\lambda_k(M_i) = \lambda_k \cdot M_i(p_l))$ a tranziţiei t_k.

Matricea pătratică $Q = [q_{i,j}]$ de ordinul $Ns= |Acc(RPG, M_0)|$ este numită *matrice dinamică* ce descrie *generatorul infinitezimal* al procesului Markov asociat cu RPM, care determină un lanţ LMTC finit şi ecuaţiile Chapman-Kolmogorov [4].

Dacă reţeaua RPG subiacentă reţelei RPM este *mărginită*, *viabilă* şi *reversibilă*, adică graful de marcaje accesibile sau *graful de acoperire GA*(*RPG, M*) este tare conex, atunci LMTC al RPM este ergodic [4]. Aceasta înseamnă că există un regim staţionar al sistemului modelat cu RPM, adică distribuţia probabilităţilor de stare a LMTC nu depinde de condiţiile iniţiale şi de momentul de timp considerat. Astfel se poate determina repartizarea probabilităţilor staţionare de stare $\mathbf{p}=(\pi_0,...,\pi_{N_s})$, rezolvând ecuaţiile Chapman-Kolmogorov: $\mathbf{p}\cdot Q=\mathbf{0}$, $\sum_{i=0}^{N_s}\pi_i=1$.

Determinând repartizarea probabilităţilor staţionare de stare $\mathbf{p}=(\pi_0,...,\pi_{N_s})$, pot fi evaluaţi diferiţi indicatori de performanţă ai unor sisteme şi aplicaţii paralele /distribuite bancare, descrise cu modele RPM.

Concluzii

Concepute să modeleze sisteme distribuite, în care concurenţa şi paralelismul ocupă un loc central, reţelele Petri au devenit în scurt timp model de referinţă la descrierea acestor tipuri de sisteme. Aplicaţiile lor în domenii inginereşti le-au propulsat în centrul atenţiei cercetătorilor în diferite domenii economice [1,5]. Extensiile de reţele Petri sunt folosite pentru modelarea, validarea proceselor de funcţionare şi evaluarea performanţelor sistemelor şi aplicaţiilor paralele/distribuite. Îndată ce a fost elaborat modelul pentru un sistem dat, se poate efectua o analiză calitativă a coerenţei funcţionării acestui sistem.

Reţelele Petri markoviene, care iau în consideraţie derularea în timp a proceselor aleatorii, sunt orientate spre evaluarea performanţelor sistemelor şi aplicaţiilor paralele/distribuite, ale sistemelor de producţie, ale sistemelor bancare etc.

Bibliografie:

1. Aalst W.M.P. The Applications of Petri Nets to Workflow Management // The Journal of Circuits, Systems and Computers. - 1998. - No8(1) - P.21-66.
2. Alla H, David R. De Grafcet aux reseaux de Petri. - Paris: Hermes, 1992. - 490 p.
3. Ajmone-Marsan M., Balbo G., Conte G., Donatelli S., Franceschinis G. Modelling with Generalized Stochastic Petri Nets. - Wiley series in parallel computing. John Wiley & Sons, England, 1995. - 426 p.
4. Guţuleac E. Evaluarea performanţelor sistemelor de calcul prin reţele Petri stocastice. - Chişinău: Tehnica Info, 2004. - 268 p.
5. Li Hui-Fang, Fan Yu-Shun. Workflow Model Analysis Based on Time Constraint Petri Nets // Journal of Software. - 2004. - No15(1). - P.17-26.
6. Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications // Proceeding of the IEEE. - 1989. - Vol.77. - No4. - P.541-580.

Prezentat la 12.03.2007